



UNIVERSIDAD DE BELGRANO

Las tesinas de Belgrano

**Facultad de Arquitectura y Urbanismo
Carrera de Arquitectura**

**La cúpula en mampostería. Análisis estructural,
cuadros fisurativos, consolidación tradicional e
innovadora.**

Nº 197

Francesca Gianola

**Tutores: Ana María Mancasola
Giuseppe Ferro**

Departamento de Investigaciones
Junio 2007

A mi madre y mi padre.

A los relatores prof. ing. Giuseppe Ferro del Politecnico di Torino y prof. arq. Ana Maria Mancasola de la Universidad de Belgrano.

A todos los que, de cualquier forma, me han ayudado: la decana de la Facultad de Arquitectura en la Universidad de Belgrano, prof. arq. Monica Fernandez; el prof. ing. Giulio Ventura, la arq. Michela Ipperico y la arq. Valentina Pignata del Politecnico di Torino; el ing. Giulio Morandini; Andrea y Gonzalo.

A las empresas que me han dado material: ARDEA Progetti e Sistemi Srl, MAPEI, MAXFOR Srl, Ruredil S.p.A., Sika Italia S.p.A, TEC.INN. Srl.

A mis amigos, en particular Paolo, Marta y Francesca que han dividido conmigo la experiencia argentina.

...gracias...

Indice

Compendio	7
Parte I – La resistencia por forma.	
1. El principio de la resistencia por forma	8
2. Las estructuras resistentes por forma	9
2.1. Arco y cable	10
2.2. Superficie curva	11
2.2.1. Los regimenes tensionales membranal y flexional	12
2.2.2. Estados tensionales y deformaciones en funcion de geometria y cargas	13
2.2.2.1. Laminas de revolucion de pequeño espesor	14
a) Sujetas a cargas asimetricas.....	15
b) Sujetas a cargas simetricas.....	21
2.2.2.2. Laminas de revolucion sutiles	22
a) Sujetas a cargas asimetricas.....	22
b) Sujetas a cargas simetricas.....	23
c) Condiciones de borde.....	25
2.2.2.3. Superficies curvas incompletas.....	26
Parte II – La cupula en mampostería.	
1. La evolución de las cupulas.....	27
1.1. Evolución simbolica	27
1.2. Evolución estructural y constructiva.....	28
1.2.1. Antes del descubrimiento de los nuevos materiales.....	28
1.2.2. Despues del descubrimiento de los nuevos materiales.....	33
1.2.3. Un caso particular: Antoni Gaudi y Cornet.....	34
2. La cupula en mampostería	35
2.1. El material	35
2.2. Los elementos	37
2.2.1. El tambor	37
2.2.2. Las crestas.....	37
2.2.3. El casquete	37
2.2.4. Las costillas	38
2.2.5. La linterna	39
3. La transmisión de los esfuerzos a la mampostería.....	39
3.1. Los estudios sobre arco y cupula en la historia.....	41
3.2. Problemas y soluciones.....	43
3.2.1. La traccion en los paralelos.....	44
3.2.1.1. Contraste interno.....	45
3.2.1.2. Contraste externo.....	46
3.2.2. El empuje horizontal sobre la base de los meridianos.....	46
3.2.2.1. Contraste interno.....	47
3.2.2.2. Contraste externo.....	47
a) Aumento del empuje vertical	48
b) Contención	49
Parte III – Fisuraciones y consolidacion.	
1. Diagnostico	50
1.1. Causas de los desajustes, con particular referimiento a las cúpulas.....	50
1.2. Proceso de fisuración	53
1.2.1. Modalidades elementales de rotura en la mampostería.....	53
1.2.2. Inicio, directris y propagación de las fisuras.....	55

1.2.3. Los instrumentos de control.....	56
1.3. Aspecto de las fisuras y inspecciones sobre la mampostería	58
1.4. El ejemplo de la estructura del arco.	59
1.4.1. Mecanismos de rotura.	59
1.4.2. Verificación de seguridad.....	60
2. Las cúpulas.....	62
2.1. Incurvamiento y inestabilidad	62
2.2. Andamentos fisurativos	63
2.2.1. Causas internas	64
2.2.1.1. Subdimensionamiento de la cúpula	64
2.2.1.2. Degrado del material	64
2.2.2. Causas externas.....	65
2.2.2.1. Malfuncionamiento del sistema estructural alrededor	65
a) En los pilotes y en las fundaciones	65
b) En la linterna	66
2.2.2.2. Variación en las cargas.....	66
a) Cargas térmicas.....	66
b) Sismos.....	66
2.3. Verificación de seguridad	67
2.3.1. Verificaciones sísmicas	68
2.4. Consolidación	69
2.4.1. Intervenciones en el caso de desajustes estáticos.....	70
2.4.1.1. Inyecciones simples.	70
2.4.1.2. Inyecciones armadas y refuerzos en hormigón.....	71
2.4.1.3. Cercos y armaduras meridianas.....	72
2.4.1.4. Refuerzo con placas.....	73
2.4.2. Mejoramiento sísmico.....	74
2.5. Verificaciones de consolidación.....	74
3. Un ejemplo. La reconstrucción de la cúpula de San Giovanni Battista delle Monache en Napoli ...	74
Parte IV – Consolidación con FRP (Fiber Reinforced Polymers).	
1. El material.....	76
1.1. Fibras	76
1.2. Matriz	78
2. Los productos	79
2.1. Tejidos	79
2.1.1. Modalidad de colocación	80
2.2. Pultrusi	81
3. La consolidación de la mampostería	82
3.1. La consolidación de las cúpulas	83
3.1.1. FRP y técnicas tradicionales en comparación	84
Bibliografía.....	88

Compendio

El presente estudio tiene como objetivo analizar el panorama completo de los conocimientos actualmente disponibles sobre las cúpulas en mampostería y sobre los derrumbamientos a los que pueden enfrentarse, proponiendo intervenciones de consolidación con técnicas tradicionales y modernas. En particular el aspecto ejecutivo relativo a la consolidación con materiales innovadores es enfocado en el empleo de los compuestos fibroreforzados (FRP).

En la primera parte se sintetiza la interpretación de los estados tensionales que se desarrollan en la cascara de revolución, sin hacer referencia al material, creando un soporte esencial para un correcto acercamiento técnico-científico al tema. Después de una breve descripción teórica de la diferencia entre estructuras resistentes por masa y forma y una descripción de cables y arcos, se detallan las ecuaciones que describen los estados tensionales en las planchas de doble curvatura, considerando diversas condiciones: la presencia del solo régimen membranal o la presencia de este con el régimen flexional, en los casos de cargas axial-simétricas y asimétricas. La plancha asume entonces connotaciones de carga y geométricas siempre diferentes, pasando desde el caso más general y complicado de planchas dotada de grosor (aunque sin mucha importancia con respecto a los rayos de curvatura de la estructura) sometidas a cargas asimétricas a aquello más simplificado de planchas sutiles (sus grosor es tan pequeño que no implica la transmisión de flexión) sometidas a cargas axial-simétricas¹.

Posteriormente el objeto de estudio es la cáscara de revolución "real", que tiene como características fijas el material y la geometría típica de la estructura cúpular. En un primer momento se detalla el recorrido evolutivo de las cupolas en el tiempo, evidenciando los cambios en su significado simbólico y en las técnicas de construcción; después se analiza la cúpula monumental típica, por lo que concierne al material (la mampostería) y los elementos que la componen o que generalmente la acompañan (se han considerado tambor, casquete, costillas, crestas y linterna). Aquí se ha particularizado la situación tensional vista en la primera parte, que concertada a las peculiaridades de la estructura real ha evidenciado los problemas que sufre este tipo de cobertura: el empuje de los meridianos y la tracción en los paralelos. En cuanto a eso se han descrito los métodos con los cuales se ha intentado reducir la influencia de estas presiones en fase de construcción, como la inserción in itinere de cadenas o de estructuras externas pesadas como espuelas o contrafuertes.

Después de haber efectuado un análisis en profundidad de la estructura hay que pasar al estudio de los cuadros fisurados típicos en los cuales esta incurre. Para introducir el asunto se ha desarrollado en primer lugar una exposición de las modalidades elementales de ruptura de la mampostería, subrallando la importancia de un correcto diagnóstico de los derrumbes. A continuación, se han tratado las posibles y más usuales causas del inicio de mecanismos en las cupulas, teniendo en cuenta la fuerte dependencia de varios niveles de sostén, para luego arrastrar los cuadros fisurados correspondientes.

Las verificaciones de seguridad cierran esta parte de diagnóstico, introduciendo, como premisa necesaria, el tema de la consolidación. Dado el probable valor histórico y monumental de las estructuras cupulares las intervenciones realizables han sido expuestas con espíritu crítico, evidenciando la manera en que estas pueden comprometer el monumento. Han sido entonces consideradas como no aptas intervenciones que no son reversibles o incompatibles con la mampostería o con el principio estático según el cual la cúpula trabaja, condenando en este enfoque las inyecciones armadas y en general las operaciones que implican la utilización del hormigón.

Para finalizar se ha analizado una técnica extremadamente innovadora de consolidación, consistente en aplicar tejidos de materiales compuestos fibroreforzados (FRP). Estos materiales, originariamente empleados en el campo aereospacial, han visto recientemente extender su propio uso en el campo de la edificación como consecuencia de la disminución de los costes de fabricación. En particular se utilizan en el refuerzo de estructuras existentes, y es muy importante observar como un material entre los más innovadores en el mercado puede ser claramente más compatible con la mampostería con respecto a otros materiales tradicionales. Las ventajas ofrecidas son múltiples (extrema ligereza, mayor compatibilidad química, física y mecánica, casi completa reversibilidad) y hacen este material absolutamente apto para ser aplicado en el refuerzo de las cupulas, y en general de las estructuras murales.

1. Obviamente se remite a las relativas bibliografías por la tractación analítica completa de cada configuración.

Parte I. La resistencia por forma

1. El principio de la resistencia por forma.

Un conjunto de elementos arquitectónicos es definido como estructura cuando esta en condiciones de soportar sin colapsar el propio peso y las eventuales cargas. En la Enciclopedia de Arquitectura el concepto de estructura viene asociado al de resistencia: se entiende por estructura el conjunto de elementos resistentes de fábrica y su organización.

Las tipologías estructurales, según los principios por las cuales resisten los distintos esfuerzos, pueden ser subdivididas en dos grupos bien distintos. El primer grupo esta conformado por las estructuras resistentes por masa, las cuales cumplen sus funciones gracias a las características de inercia de las secciones y de los materiales empleados.

La estructura transmite los momentos de una fuerza, no solo la fuerza como sucede en el grupo siguiente; en una pieza estructural de eje recto el momento esta siempre presente cuando las fuerzas aplicadas son perpendiculares al eje, produciendo una flexión de la estructura. Un ejemplo de este tipo de estructura es la viga, elemento lineal por excelencia o las losas (fig.1).

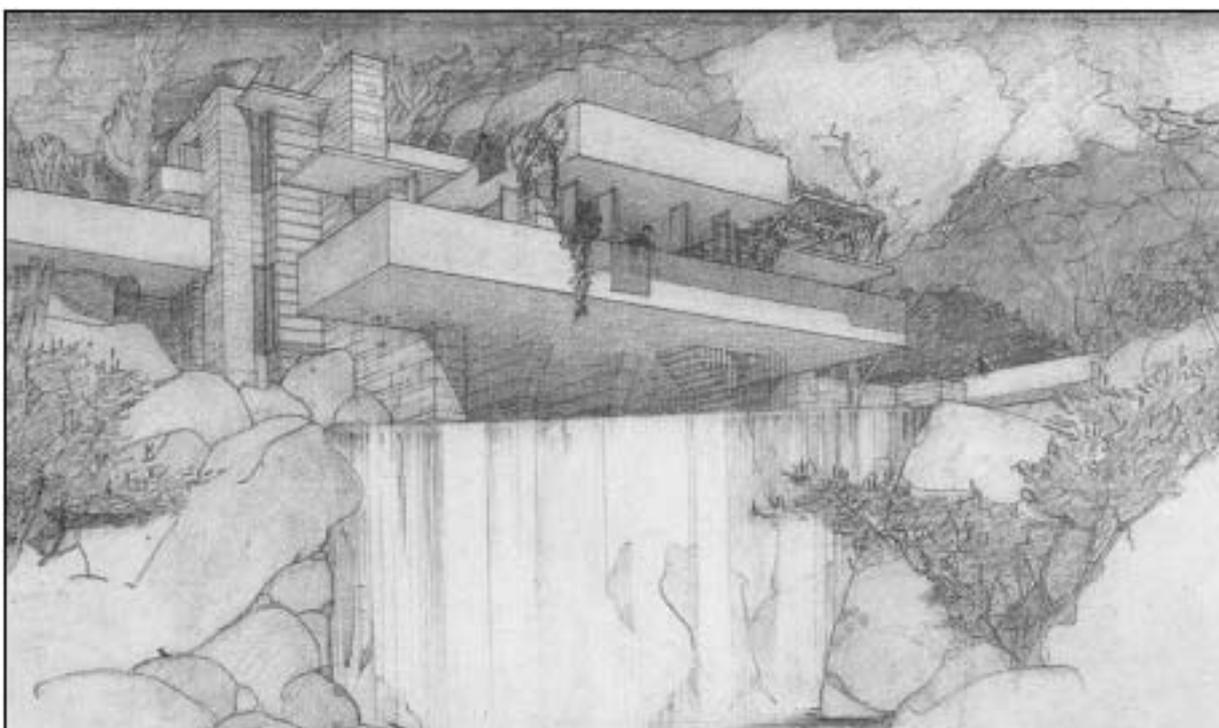


Fig. 1 - Casa Kaufmann, Mill Run, Pennsylvania, USA. Dibujo a mano alzada. Las losas de Wright ejemplifican una estructura lineal resistente por masa.

El segundo grupo esta constituido por las estructuras que resisten por forma gracias a sus características geométricas. Forman parte de este grupo los arcos (fig.2), las bóvedas, las cúpulas y en general todas las estructuras cuya geometría deriva de líneas curvas. Las fuerzas son transmitidas de la estructura hacia el terreno a través de un canal definido por la forma. En una estructura de este tipo los momentos están ausentes porque las fuerzas se mantienen siempre paralelas a la curva directriz, por lo tanto no se generan flexiones en los elementos portantes. En consecuencia se puede afirmar que las estructuras resistentes por forma son estáticamente superiores a las resistentes por masa

La distribución de las cargas, por lo tanto, nos indica la forma ideal de estructura para poder transmitir las cargas hacia el terreno del modo más adecuado y ventajoso². La manera óptima de transmitir las cargas es permitir que las fuerzas externas se trasladen a través de sus líneas de acción, logrando de esta forma que las cargas se transmitan a tierra a través de esfuerzos normales simples. Lamentablemente las formas estructurales que derivan de este procedimiento no siempre son aplicables en la práctica por

2. Para ejemplificar anticipamos lo que se verá en la Parte I, par. 2.1, que la forma óptima de un arco es aquella que materializa a través de su directriz la curva de las presiones de las cargas que soporta, cuanto más se aleja la directriz del arco de la curva de las presiones, tanto mayor será la presencia de momentos. Por esta razón al crecer las cargas, queriendo contrarrestar la formación de momentos simplemente variando la forma de la estructura resistente, es oportuno incrementar la curvatura del arco.



Fig. 2 - Superior Bridge, Detroit, Michigan, USA. Arcos que sustentan el puente: las fuerzas son transmitidas de la estructura hacia el terreno a través de un canal definido por la forma.

razones estéticas o de proyecto. Por lo tanto es necesario modificarlas para obtener formas estructurales fácilmente reproducibles recurriendo a un procedimiento alternativo en la composición de las fuerzas: se trasladará las fuerzas externas respecto a su línea de acción, no pudiendo, por lo tanto, impedir la formación de momentos generados por la distancia de las fuerzas respecto a su eje originario .. Dichos momentos son esfuerzos que no pueden ser equilibrados o contrarrestados por las estructuras resistentes por forma por lo tanto el objetivo del proyectista será el de atenuar dichos momentos lo máximo posible para permitir a la línea curva desarrollar su tarea estructural según su predisposición y no exigirle realizar funciones inapropiadas.

2. Las estructuras resistentes por forma.

Las estructuras resistentes por forma pueden ser clasificadas por su particularidad geométrica y su resistencia característica, a compresión o tracción.

En principio las estructuras pueden extenderse en el plano o en el espacio. Se encuentran dentro de las estructuras planas arcos y cables, dentro de las espaciales cúpulas, bóvedas, placas y las estructuras tensadas. Como la geometría de las bóvedas y en particular de las cúpulas es simple de definir en el campo analítico su estudio resulta ser más simple que el de las estructuras tensadas.

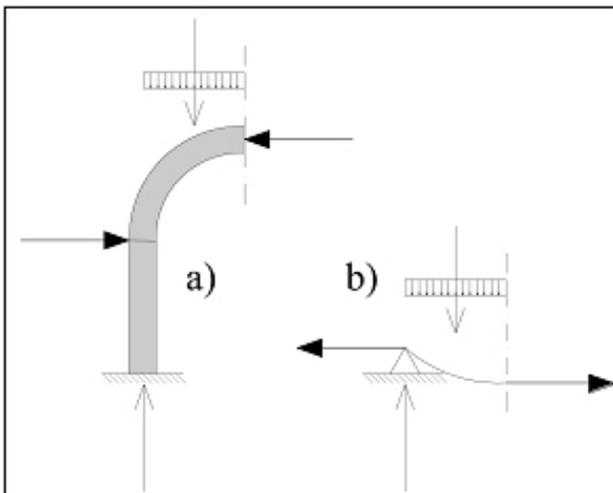


Fig. 3 - En el arco los empujes horizontales comprimen la estructura (a), en el cable la alargan (b).

Las estructuras trabajan a compresión o a tracción. Las primeras se refieren a estructuras con concavidad hacia abajo como: arcos, bóvedas y cúpulas. Los materiales que constituyen dichas estructuras tienen una resistencia característica a compresión superior que a tracción (muros y hormigones) y las fuerzas tienden a comprimir la estructura (fig. 3a). En el segundo caso se encuentran las estructuras con doble curvatura como las estructuras tensadas. Los materiales que constituyen dichas estructuras tienen una alta resistencia a tracción (cables de acero) y las fuerzas tienden a alargar la estructura (fig.3b).

3. Para profundizar v. PIZZETTI - ZORGNO TRISCIUOGLIO 1980, pp. 176-233

4. Para profundizar v. v. PIZZETTI - ZORGNO TRISCIUOGLIO 1980, pp. 237-506.

2.1. Arco y cable.

Un cable sujetado en sus dos extremos y bajo un determinado sistema de fuerzas asume una forma bien precisa: al variar las cargas aplicadas varía inexorablemente la forma del cable. Invertiendo la curva determinada respecto a la horizontal se obtiene la línea de los esfuerzos (de compresión) la cual viene subordinado a un arco conforme al mismo sistema de fuerzas externas.

¿La singularidad de la forma asumida por el cable producto de un sistema de fuerzas particulares implica que sea también únicamente individuuable la línea de los esfuerzos en un arco sometido a las mismas cargas?

Para responder a esta pregunta veamos primeramente que forma asume un cable sujetado en sus dos extremos y sometido a diferentes sistemas de fuerzas externas (fig 4)⁵; a) carente de peso propio, con carga uniformemente distribuida a lo largo de su proyección horizontal; b) dotado de peso propio, es decir una carga uniformemente distribuida a lo largo del desarrollo del cable; c) carente de peso propio, con la aplicación de una fuerza externa concentrada. En los tres casos el arco estará sometido a un régimen de pura tracción, no resistiendo a compresión ni a flexión por la propiedad intrínseca del material, sin embargo asumirá diferentes formas: en el primer caso parabólico, en el segundo una catenaria (con una disminución del punto central respecto al relevado en el parabólico); y en el tercer caso una línea dividida en tramos rectos según una geometría denominada *polígono funicular*⁶.

Supongamos fijo el sistema de fuerzas concentradas aplicadas al cable y consideremos ahora el siguiente problema. ¿La variación de las características geométricas antes mencionadas determina una correspondiente variación en el funcionamiento del cable y consecuentemente en la línea de los esfuerzos? La forma que asume el cable depende a) del largo; b) de la distancia vertical relativa entre los extremos, c) de su colocación en el espacio. La presencia de estas tres condiciones determina que para un mismo sistema de fuerzas pueda haber ∞^3 polígonos funiculares. Definiendo una de las tres condiciones se elimina un grado de indeterminación y se alcanza a tener ∞^2 polígonos funiculares, y así seguidamente hasta individualizar un solo polígono funicular cuando han sido fijadas las tres condiciones⁷.

Los parámetros en el cual vienen traducidas estas condiciones en la construcción gráfica del polígono funicular están constituidos por dos coordenadas: del polo en el espacio y de la posición de un lado del polígono funicular. Se demuestra realizando un ejemplo de dicha construcción (fig. 5).

- Si consideramos un cable sujetado a dos extremos A y B, carente de peso propio, sometido a un sistema de tres fuerzas externas generales concentradas F_1, F_2, F_3 .
- Si reconducimos la fuerzas una después de la otra, en el orden de cómo vienen aplicadas, de modo tal que la cabeza de la precedente toque la cola de la sucesiva. Se individualiza un polo P, colocado en el plano arbitrariamente, con ∞^2 posibilidades de elegir y se unen las siguientes a, b, c, d de la extremidad de la fuerza con el polo.
- Si se elige un punto C perteneciente a la vertical que pasa por A, y de este punto se traza una paralela a la recta a. La elección de C es el tercer parámetro arbitrario que interviene en la construcción del

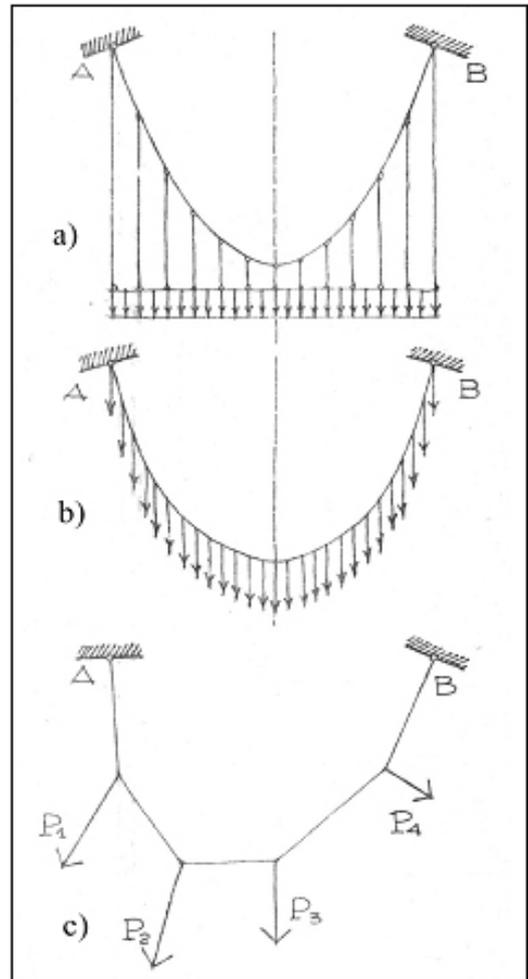


Fig. 4 - La forma que asume un cable sujetado en sus dos extremos y sometido a diferentes sistemas de fuerzas externas.

5. PIZZETTI – ZORGNO TRISCIUOGLIO 1980, p. 196.

6. En realidad en los casos a) y b) es lógico utilizar este termino pero no resulta adecuado definir polígono una línea curva como la catenaria o la parábola, siendo claro que tal línea curva está constituida de la sucesión de infinitos segmentos de línea recta de dimensiones pequeñísimas. En este documento el termino polígono funicular será utilizado para definir I) la geometría asumida por un cable sometido a cargas externas concentradas y no solo al peso propio; II) el polígono de construcción que se ve en la fig. 5b. El término curva de las presiones y línea de los esfuerzos será utilizado para indicar la geometría obtenida a través del relevamiento del polígono funicular respecto a al horizontal.

7. Para profundizar v. PIZZETTI – ZORGNO TRISCIUOGLIO 1980, pp. 195-200.

polígono funicular; debiendo individualizar el punto, sobre una línea la indeterminación aumenta de un solo grado, por el cual se pasa de 002 a 003 posibles polígonos funiculares. En el punto en el cual a intercepta la recta de acción F_1 se traza una paralela a b , y así hasta interceptar la vertical que pasa por B y completar el *polígono funicular*.

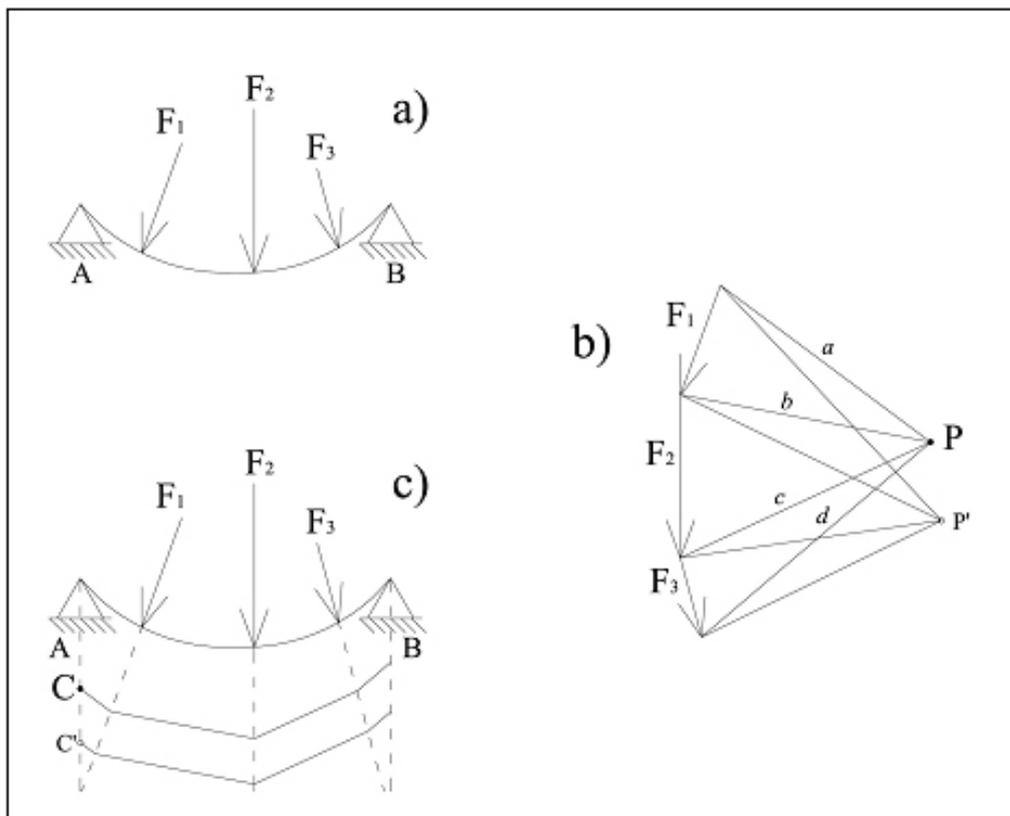


Fig. 5 - La construcción del polígono funicular.

Arribado a este punto se puede responder a la pregunta realizada en el inicio de este párrafo, si en un arco de forma definida producto de un determinado sistema de cargas externas la línea de los esfuerzos sea unicamente indivisible. Por lo visto se puede afirmar que no lo es. Definida óptima la manera de funcionar del arco en lo que no aparece flexion sino solamente compresion y traccion, se puede decir que el arco cumple de manera óptima su función estática si al menos una de las ∞^3 líneas de los esfuerzos, derivadas de invertir los ∞^3 polígonos funiculares, puede ser colocada sobre la directriz del arco⁸. En el caso de que no se individualice⁹ al menos un tal polígono funicular el arco no cumplirá su función de transmitir las cargas correctamente y se podrán verificar problemas más o menos graves.

2.2. Superficie Curva.

Segun la precedente definicion de óptimo, dado un sistema de cargas externas en el espacio, la forma que una superficie curva tiene que adoptar para funcionar de manera óptima, osea para que existan solo tensiones de traccion y compresion, no esta determinada: «in effetti, per un dato sistema di carichi spaziali, infinite forme geometriche possono assolvere il compito di supporto e di servizio statico semplicemente con una adeguata organizzazione di sollecitazioni di trazione o di compresione, o di entrambe¹⁰».

Es por esta razón que el concepto de *óptimo* tiene que asumir una connotación diferente en el momento en el cual se refiere a superficies curvas en el espacio. La forma *óptima* no será más individualizada en base a las cargas, sino en base a la cantidad de trabajo de deformación completo, que debe ser mínimo¹¹ y a la sollicitaciones presentes, que deben ser solo de esfuerzo normal. Es importante decir que alejándonos de esta forma óptima varia la cantidad y el signo de los esfuerzo normales pero no nacerán

8. Paralelamente “el perfil más conveniente del punto de vista estático que se le puede adjudicar al arco es aquel por le cual su línea baricéntrica resulta funicular de las cargas actuanes.” (POLENI 1748).

9. Por tentativas, obviamente según los criterios estudiados para hacer del modo en que estas tentativas no resulten del todo aleatorias

10. PIZZETTI – ZORGNO TRISCIUOGLIO 1980, p. 347.

11. En base a los Teoremas de Mínimo Energético.

nunca momentos¹², al contrario de esto que sucede en el plano donde si nos alejamos de la forma *óptima* aparece la sollicitación de flexión.

Estas observaciones permiten deducir paralelamente como en el caso de las superficies curvas rígidas la búsqueda de una superficie de los esfuerzos pasante al interno de la lámina no es importante como en el caso de los arcos, desde el momento en que la inexistencia de una superficie similar no determina la presencia de flexión. De la misma forma una superficie curva puede aguantar diferentes sistemas de cargas sin que aparezca momento.

¿Como las propiedades de la superficie de revolución, o sea suyas dimensiones geométricas y las características de su material, influyen sobre la distribución de las cargas?

Consideramos una cúpula hemisférica, de rayo de base r y espesor de la cáscara t , sometida solo al peso propio (fig. 6)¹³.

El peso propio de la cúpula deberá ser equilibrado por las reacciones vinculadas a la base por lo cual será:

$$\rho(2\pi r^2 t) = A(2\pi r t)$$

en donde ρ es el peso propio del material, $(2\pi r^2 t)$ el volumen de la cáscara; σ los esfuerzos por unidad de área y $(2\pi r t)$ la superficie de base del anillo a la base. Simplificando se obtiene [I - 1]:

$$\rho r = \sigma$$

Eso demuestra que, si es fijo el peso total de la superficie de revolución (N), los esfuerzos por unidad de área varían en función de la luz $2r$ y del peso por unidad de volumen, que es una característica propia del material¹⁴.

2.2.1. Los regimenes tensionales membranal y flexional.

En las superficies curvas el principio de la resistencia por forma se concreta en el régimen membranal, así conocido por estar constituido solo de esfuerzos tangentes a la superficie, por otro lado en una membrana de doble curvatura se producirán esfuerzos normales N_1 y N_2 , en las dos direcciones principales, y de corte. $N_{12} = N_{21}$ (fig.7a)¹⁵. La resistencia por masa se explica en el régimen flexional constituido por esfuerzos perpendiculares a la superficie: los cortes T_1 e T_2 , momentos flectores M_1 y M_2 y el momento de torsión M_{12} ¹⁶ (fig. 7b).

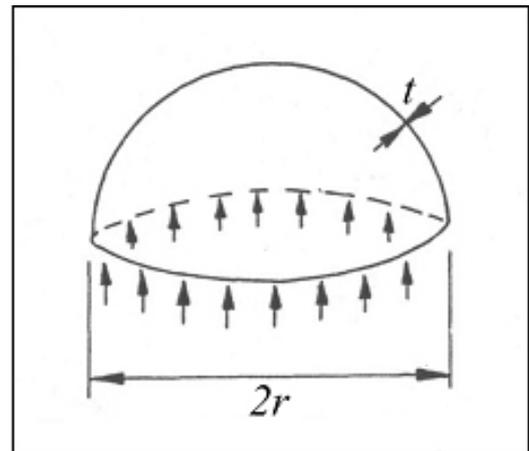


Fig. 6 - Cúpula hemisférica, de rayo de base r y espesor de la cáscara t , sometida solo al peso propio.

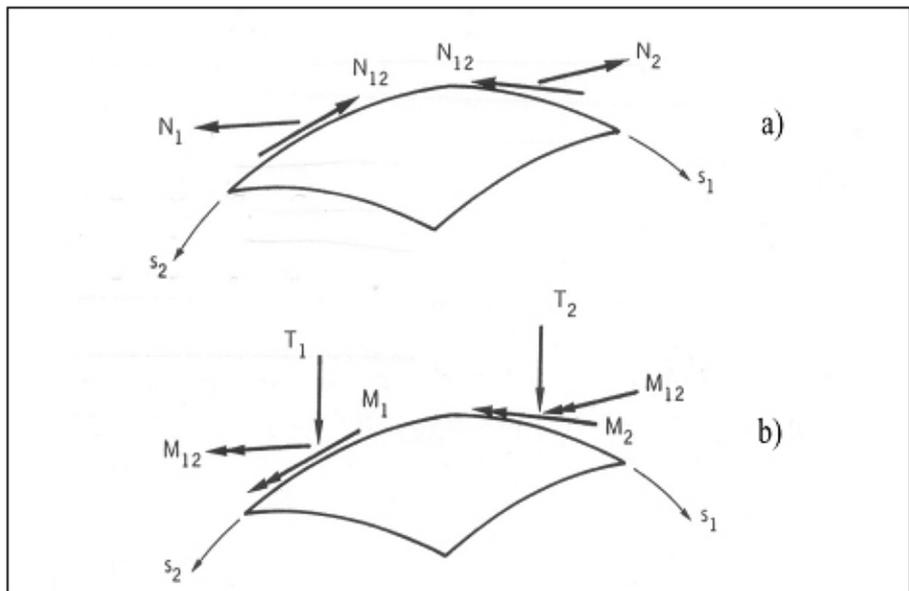


Fig. 7 - Los esfuerzos en una membrana de doble curvatura: a) régimen membranal; b) régimen flexional.

12. Al menos a nivel teórico, porque en práctica entran en juego otros factores de los cuales se hablará en la parte .2.2.1 e 2.2.2.c.

13. HEYMAN 1995, p. 30.

14. Para profundizar v. HEYMAN 1995, pp. 28-30.

15. CARPINTERI I 1995, p. 381.

16. V. CARPINTERI I 1995, Cap. X, pp. 378-383.

En cualquier superficie curva se verifica la presencia, en proporciones diferentes, de ambos regímenes. Esto es debido al hecho de que, no obstante teóricamente se puede imaginar un régimen membranal puro, en la aplicación práctica es casi imposible encontrarlo por dos razones. En primer lugar la membrana debería ser interrumpida para permitir la continuidad en la propagación de los esfuerzos; una membrana cerrada como puede ser la cáscara de un huevo presenta este requisito peor el régimen membranal puro vendría garantizado solo en el caso de que la membrana estuviera suspendida en el aire, porque cualquier contacto con otros cuerpos causaría perturbaciones. En la práctica para garantizar la ausencia de un régimen flexional se necesita una oportuna condición de vínculo, es decir los puntos de contacto de la membrana con el terreno deben transmitir exactamente los mismos esfuerzos que transmitiría la

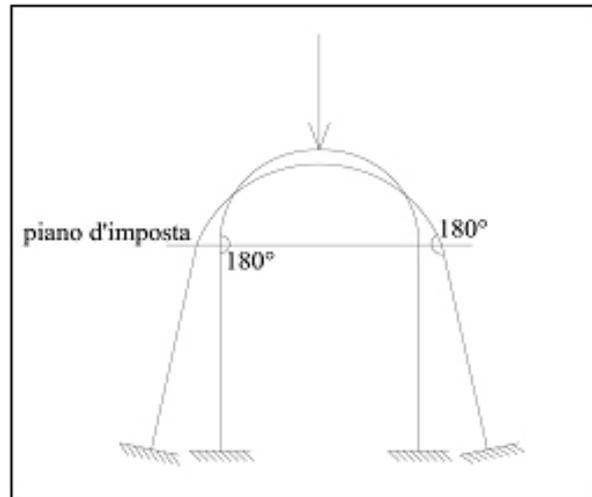


Fig. 8 - La imposible rotación de las columnas que sustentan el arco.

parte de membrana que falta. La condición de analogía de los esfuerzos transmitidos no es sin embargo suficiente y ahí entra en juego la otra razón por la cual no puede ser eliminada un cierto componente del régimen flexional: se debe garantizar la congruencia de los desplazamientos; cabe decir que deben ser exactamente los mismos desplazamientos permitidos en el caso de que la membrana fuese continua. La posibilidad de concretar esta condición es claramente poco realista. Si consideramos un arco que sufre un descenso; según lo dicho las columnas deberían mantener la misma posición respecto a la imposta del arco, lo que implicaría una rotación imposible de la base de la columna, que debe estar solidamente anclada al terreno (fig. 8).

Con lo dicho hasta ahora se explica porque es imposible la existencia de un régimen membranal puro en las superficies curvas, por lo tanto es siempre importante tener en consideración al régimen flexional que convive en los puntos en el cual al membrana no se comporta como tal. Por otro lado en las superficies curvas dotadas de espesor el régimen flexional interviene a causa del espesor mismo, que implica la presencia de una masa al interno de la cual se crean inevitablemente momentos.

En lo que se refiere a la entidad de los dos regímenes, el membranal es siempre netamente superior al flexional, también en el caso de superficies curvas dotadas de espesor. En las superficies curvas sutiles el régimen flexional es relegado a las perturbaciones de las condiciones de borde. En el mejor de los casos posibles, el de una superficie curva sutil en el cual los vínculos de borde transmiten los mismos esfuerzos que transmite la membrana, el régimen flexional interviene solo para garantizar la compatibilidad de los desplazamientos¹⁷.

2.2.2 Estados tensionales y deformaciones en función de geometría y cargas¹⁸

Es claro por lo dicho en la parte 2.2.1 que para analizar el régimen estático de las superficies curvas se debe tratar separadamente las superficies con espesor de aquellas sutiles. De la misma forma deben ser analizadas separadamente las superficies sometidas a cargas simétricas y aquellas sometidas a cargas asimétricas.

Antes de pasar a explicar cada uno de los casos específicos introducimos la superficie curva genérica que, paso a paso, asumirá connotaciones geométricas y de cargas siempre más particulares: la lámina de doble curvatura dotada de espesor.

Si se considera una lámina de espesor h , cuya superficie media es de doble curvatura, y, tal superficie, un sistema de coordenadas curvilíneas principales s_1, s_2 (fig. 9)¹⁹, en correspondencia de las laminas cuya superficie media presenta la mínima y la máxima curvatura. El régimen membranal esta constituido de los esfuerzos normales N_1, N_2 , y de corte N_{12} contenido en el plano tangente a la superficie media (fig 7a), así como de las dilataciones $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, y del movimiento ε_{12} entre las direcciones principales de curvatura. El régimen flexional está constituido de los esfuerzos tangentes T_1, T_2 , ortogonales al plano tangente, de los momentos flectores M_1, M_2 , del momento de torsión M_{12} (fig.7b), así como de los movimientos γ_1 ,

17. Para profundizar v. PIZZETTI – ZORGNO TRISCIOGLIO 1980, pp. 402-411.

18. En el análisis de los regímenes estáticos se considera exclusivamente las superficies de doble curvatura con curvatura gaussiana (producto de las curvaturas principales) positiva. Se elimina de este modo del análisis los cilindros y los conos donde la curvatura gaussiana resulta nula, los paraboloides hiperbólicos y los hiperboloides de revolución, con curvatura gaussiana negativa.

19. CARPINTERI I 1995, p. 378.

γ_2 , entre cada una de las direcciones principales de curvatura y de la dirección normal al plano tangente, de las curvaturas flexionales χ_1, χ_2 y del doble ángulo unitario de torsión χ_{12}^{20n} .

De la lámina genérica puede ser escrito:

- 8 ecuaciones cinemáticas, que ponen en relación las deformaciones $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_{12}, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_{12}$, precedentemente definidas, con los desplazamientos u_1, u_2, u_3 , a lo largo de las direcciones principales respectivamente 1, 2, 3, y las rotaciones ϕ_1, ϕ_2 , entorno a las direcciones principales respectivamente 2 y 1;
- 5 ecuaciones indefinidas de equilibrio, a la traslación en las tres direcciones principales y a las rotaciones alrededor de las direcciones 1 y 2. Las incógnitas serán los 8 esfuerzos antes definidos $N_1, N_2, N_{12}, T_1, T_2, M_1, M_2, M_{12}$;
- 8 ecuaciones, que relacionan las deformaciones de las ecuaciones cinemáticas con los esfuerzos de las ecuaciones indefinidas de equilibrio.

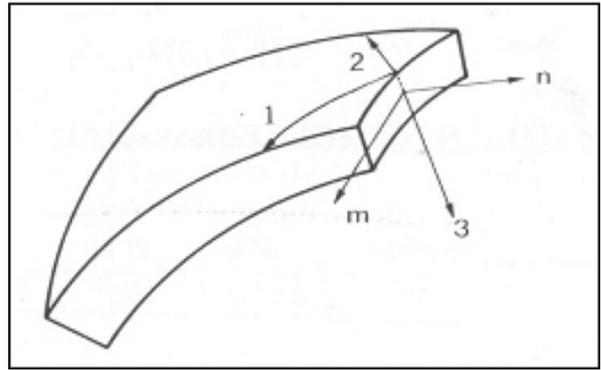


Fig. 9 - Lámina cuya superficie media es de doble curvatura.

2.2.2.1. Láminas de revolución de pequeño espesor.

Una superficie de revolución es generada por la rotación de 2π de una curva plana alrededor de un eje de simetría; definamos meridianos al conjunto de las infinitas configuraciones que asume la curva generatriz (.....) en su rotación, y paralelos al conjunto de las infinitas trayectorias circulares atravesadas por los puntos de la curva generatriz.

Las hipótesis de estudio de la lámina de revolución de pequeño espesor, propuestas por Kirchhoff en el 1876, son las siguientes:

- el espesor de la lámina es pequeño respecto a cualquier radio de curvatura;
- en la deformación las secciones se mantienen planas;
- los desplazamientos son pequeños respecto al espesor de la lámina²¹;
- la componente de la tensión directa a través de la normal hacia el plano de la lámina (dirección n en fig.11) es pequeña respecto a los componentes a través de las coordenadas principales.

Al referirnos a los componentes de la tensión es necesario efectuar una precisión. Hablando de la lámina de doble curvatura se ha dado por descontado que la transmisión de las tensiones viniese dada en las direcciones curvilíneas principales.

Veamos de justificar esta hipótesis.

Si imaginamos dividir una lámina en secciones, a través de los meridianos, que es legítimo compararlos con arcos de profundidad variable (fig.10)²². También es legítimo confundir el sistema estructural tridimensional "lámina" con un sistema estructural compuesto de elementos bidimensionales, los arcos sucedidos, cercanos entre ellos pero independientes para cumplir la función de canalización de las fuerzas a través de su línea media.

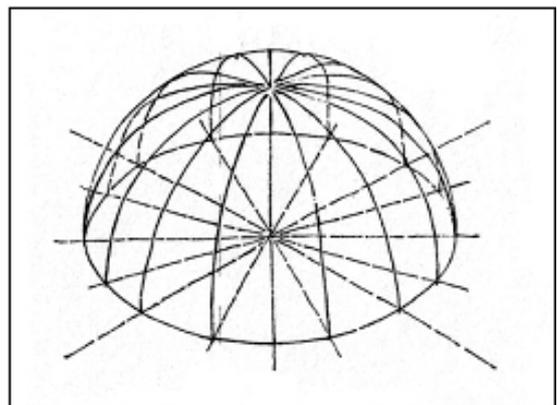


Fig. 10 - Lámina dividida en secciones.

Sin embargo esto no es posible por lo dicho en la parte 2.1-2.2. Determinadas cargas, se aplican a un elemento bidimensional como un cable, y establecen la forma; al contrario las membranas pueden mantener la misma forma aún variando las cargas aplicadas. Por lo tanto los funiculares internos a los meridianos transfieren a tierra solo porciones bien precisas de la carga total sobre la lámina mientras el resto de la carga viene distribuida a través de la canalización de las fuerzas hacia otra dirección curvilínea, aquella de los paralelos, que permiten la colaboración estática entre las secciones. En otros términos los paralelos, análogamente a hipotéticos apoyos continuos, laterales y cada sección y un plano de desplazamiento vertical, transmiten las fuerzas tangentes a la superficie de la lámina y perpendiculares al plano de separación entre una sección y la otra²³.

20. Ibid., p. 378 sg.

21. Esto permite omitir los términos de orden superior al primero en las ecuaciones cinemáticas.

22. PIZZETTI - ZORGNO TRISCIUOGLIO 1980, p. 355.

23. Para profundizar v. PIZZETTI - ZORGNO TRISCIUOGLIO 1980, pp. 354-361.

Una vez comprendido el mecanismo de distribución de las cargas de una lámina de revolución se estudia su geometría (fig.11). Se define sistema de coordenadas curvilíneas principales st al sistema constituido por la coordenada curvilínea s a través de los meridianos y t a través de los paralelos. Se llama z la coordenada rectilínea según el eje de simetría Z , con 0 en el vértice de la lámina y el semieje positivo hacia abajo.

Susiste [I - 2]:

$$ds = \frac{dz}{\cos\alpha}$$

siendo α el ángulo que la tangente con el meridiano forma con el rayo r de la sección horizontal circular y [I - 3]:

$$dt = r d\vartheta$$

siendo q la longitud.

El rayo de curvatura local del meridiano R_1 por definición de curvatura es igual a: [I - 4]:

$$R_1 = - \frac{ds}{d\alpha}$$

Si consideramos un plano pasante por el centro del círculo de base y perpendicular a la tangente de un meridiano en un punto, también llamado sección principal normal. El rayo de curvatura de la curva intersección de tal plano con la superficie de la lámina, también conocido como rayo principal de curvatura R_2 , se obtiene²⁴ [I - 5]:

$$R_1 = - \frac{r}{\cos\alpha}$$

R_1 varía con la latitud, es decir respecto a las coordenadas s^{25} , mientras no varía con la longitud, es decir respecto a la coordenada t . R_2 análogamente varía respecto a la coordenada s pero no respecto a la t .

a) Sujetas a cargas asimétricas.

Si consideramos un elemento infinitésimo $abcd$ de la lámina, delimitado por dos meridianos muy cercanos y por dos paralelos también cercanos. Dicho elemento, sometido a cargas externas con componentes F_s, F_t, F_n , a lo largo de s, t, n respectivamente), será sujeto a esfuerzos internos a) contenidos en el plano del elemento, b) directos a lo largo de la normal al elemento. Los primeros están constituidos de (fig. 12)²⁶:

- N_s = esfuerzo normal directo a lo largo de la tangente al meridiano;
- N_θ = esfuerzo normal directo a lo largo de la tangente al paralelo;
- $N_{s\theta}$ = esfuerzo tangencial directo a lo largo del paralelo = N_{qs} = esfuerzo tangencial directo a lo largo del meridiano;

Los segundos constituidos por:

- T_s = esfuerzo cortante contenido en el plano del meridiano, perpendicular la tangente al meridiano;
- T_θ = esfuerzo cortante contenido en la cara curvilínea ac y bd , perpendicular a la tangente al meridiano;
- M_s = momento flector con eje tangente al paralelo;
- M_θ = momento flector con eje tangente al meridiano;

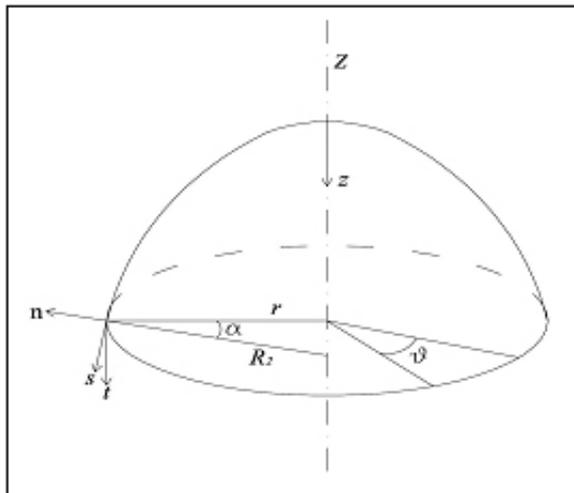


Fig. 11 - Geometría de una lámina de revolución.

24. Para el Teorema de Meusnier. En muchos textos, que consideran en vez del ángulo α el ángulo f , comprendido entre la perpendicular a la tangente del meridiano y al eje de revolución, es decir el complementario respecto a α , R_2 viene relacionado a r a través del seno.

25. Vale cuando se habla de superficies generales de revolución. En el caso de una cobertura hemisférica el rayo de curvatura del meridiano R_1 no cambia en función de la latitud.

26. BOSCO 1996-97, p. 10.

- $M_{s\theta}$ = momento de torsión con eje tangente al meridiano, representado sobre la cara curvilínea ab e cd = $M_{\theta c}$ = momento de torsión con eje tangente al paralelo, representado sobre la cara curvilínea ac e bd .

Cada esfuerzo interno es debido a una precisa porción de la carga externa (compuesta por una

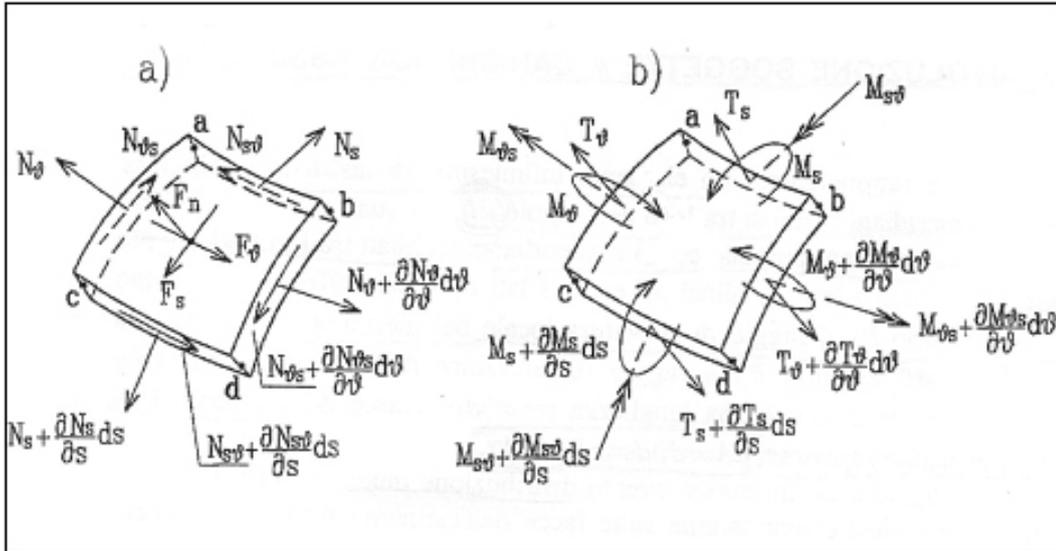


Fig. 12 - Elemento infinitésimo de la lámina, sometido a cargas externas con componentes F_s , F_t , F_n , sujeto a esfuerzos internos a) contenidos en el plano del elemento, b) directos a lo largo de la normal al elemento.

parte simétrica y otra asimétrica) y a uno de los dos regímenes, (flexional o membranar) según la tabla siguiente:

	REGIMEN MEMBRANAL	REGIMEN FLEXIONAL
CARGA SIMETRICA	N_s N_θ	T_s M_s M_θ
CARGA ASIMETRICA	$N_{s\theta}$	T_θ $M_{s\theta}$

Dependiendo de la carga o el régimen será suficiente en los casos sucesivos evidenciar la columna (o las columnas) y la regla (o las reglas) correspondiente para saber cuales esfuerzos internos se harán presentes.

Para el elemento infinitésimo $abcd$ se pueden escribir cinco ecuaciones de equilibrio, a la traslación a través de las direcciones s , t y n , y a la rotación alrededor de t y s .

1) Traslación a lo largo de la dirección s :

- Contribución de N_s :

$$\left\{ \left(N_s + \frac{\partial N_s}{\partial s} ds \right) [(r + dr) d\theta] \right\} - N_s (rd\theta) = N_s drd\theta + \frac{\partial N_s}{\partial s} dsrd\theta + \frac{\partial N_s}{\partial s} dsdrd\theta$$

El tercer término, siendo un infinitésimo de III puede ser dejado. Por lo cual la contribución final resultará ser:

$$N_s drd\theta + \frac{\partial N_s}{\partial s} dsrd\theta$$

- Contribución de N_ϑ (fig.13a); se calcula en primer lugar la resultante centrípeta de N_ϑ y $[N_\vartheta+dN_\vartheta]$ (fig.13b):

$$2N_\vartheta \sin \frac{d\vartheta}{2} \cong N_\vartheta d\vartheta$$

desde el momento en que es legítimo confundir el ángulo infinitésimo de $\vartheta/2$ con el seno del mismo. Se calcula la componente resultante a través del meridiano (fig.13c), que dará la contribución final de N_ϑ :

$$- (N_\vartheta \sin \alpha) d\vartheta ds$$

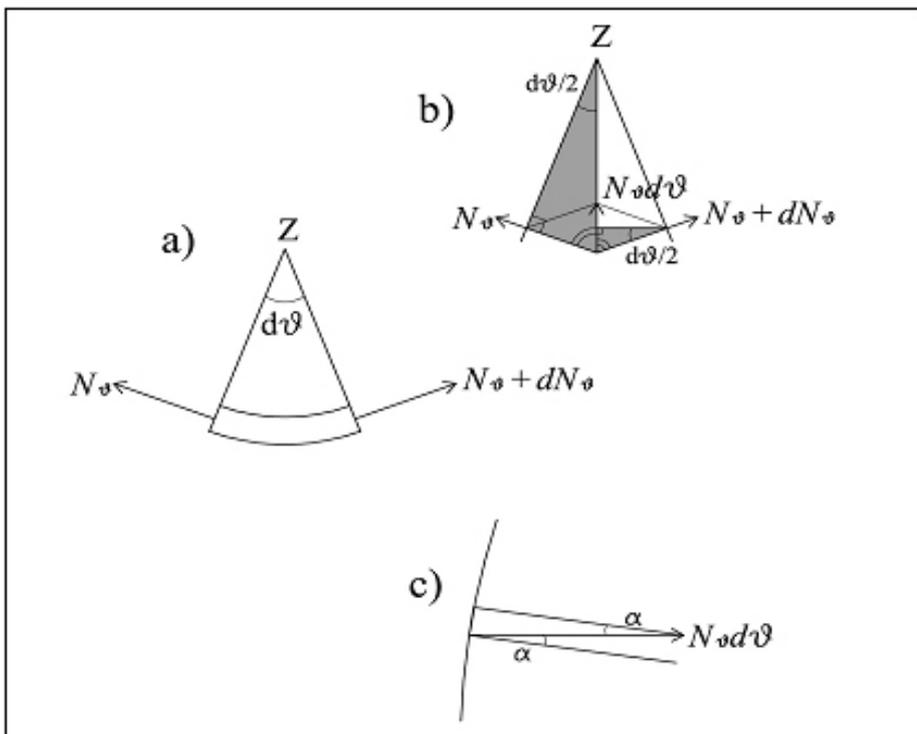


Fig. 13 - Contribución de N_ϑ en la traslación a lo largo de la dirección s.

- Contribución de $N_{\vartheta s}$:

$$\frac{\partial N_{\vartheta s}}{\partial \vartheta} d\vartheta ds$$

- Contribución de T_s , obtenido componiendo T_s y $[T_s+dT_s]$:

$$- (T_s d\alpha) r d\vartheta$$

- Contribución de las cargas externas:

$$F_s dA = F_s r d\vartheta ds$$

Sumando todas las contribuciones y dividiendo por $A=r\vartheta ds$ se obtiene:

$$\left(\frac{\partial}{\partial s} + \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \right) N_\vartheta + \left(- \frac{\sin \alpha}{r} \right) N_\vartheta + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \right) N_{\vartheta s} + \left(- \frac{d\alpha}{ds} \right) T_s + F_s = 0$$

Sustituyendo la fórmula [I - 4] y considerando el hecho de que $dr/ds \approx \sin \alpha$ (fig.14) se obtiene [I - 6]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial s} + \frac{\sin \alpha}{r} \right) N_\vartheta + \left(- \frac{\sin \alpha}{r} \right) N_\vartheta + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \right) N_{\vartheta s} + \left(\frac{1}{R_1} \right) T_s + F_s = 0$$

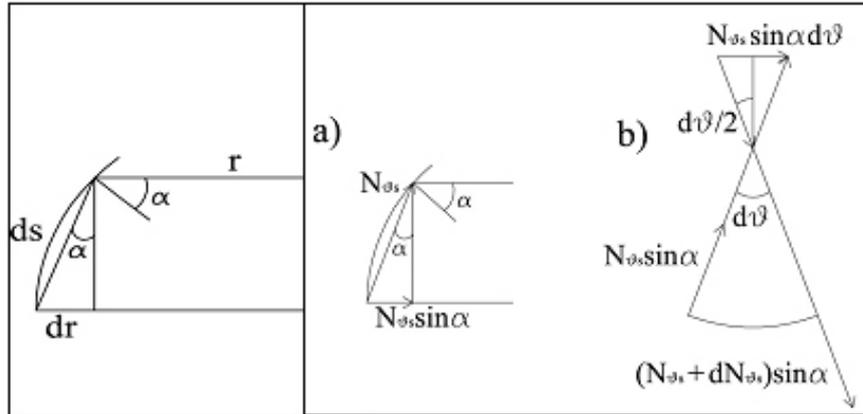


Fig. 14 - $dr/ds \approx \sin \alpha$

Fig. 15 - Contribución de $N_{\theta s}$ en la traslación a lo largo de la dirección t.

2) Traslación a lo largo de la dirección t:

- Contribución de N_{θ} :

$$\frac{\partial N_{\theta}}{\partial \theta} d\theta ds$$

- Contribución de $N_{\theta s}$, menor de infinitésimo de III:

$$\left\{ \left(N_{\theta s} + \frac{\partial N_{\theta s}}{\partial s} ds \right) [(r + dr) d\theta] \right\} - N_{\theta s} (r d\theta) = N_{\theta s} dr d\theta + \frac{\partial N_{\theta s}}{\partial s} ds r d\theta$$

- Contribución de $N_{\theta s}$; si consideramos primeramente la componente $N_{\theta s} \sin \alpha$ de $N_{\theta s}$ sobre el plano horizontal (fig.15a) de la suma vectorial de las dos componentes obtengo (fig.15b):

$$2(N_{\theta s} \sin \alpha) \sin \frac{d\theta}{2} ds \cong (N_{\theta s} \sin \alpha) d\theta ds$$

- Contribución de T_{θ} , obtenido de manera análoga al precedente:
- Contribución de las cargas externas:

$$F_{\theta} dA = F_{\theta} r d\theta ds$$

Sumando todas las contribuciones (teniendo en cuenta el hecho de que $N_{\theta s} = N_{\theta s}$) y dividiendo por el área del elemento infinitésimo $dA = r d\theta ds$ se obtiene:

Sustituyendo según la formula [I - 5] y considerando que $dr/ds \approx \sin \alpha$ se obtiene [I - 7]:

3) Traslación a lo largo de la dirección n:

$$\left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) N_{\theta} + \left(\frac{\partial}{\partial s} + \frac{2 \sin \alpha}{r} \right) N_{\theta s} + \left(\frac{1}{R_1} \right) T_{\theta} + F_{\theta} = 0$$

$$\left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) N_{\theta} + \left(\frac{\partial}{\partial s} + \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} + \frac{\sin \alpha}{r} \right) N_{\theta s} + \left(-\frac{\cos \alpha}{r} \right) T_{\theta} + F_{\theta} = 0$$

- Contribución de N_s , obtenido componiendo los N_s a través de la dirección n (fig.16):

$$- (N_s d\alpha) r d\theta$$

- Contribución de N_{θ} (fig.17):

$$- (N_{\theta} \cos \alpha) d\theta ds$$

- Contribución de T_θ :

$$-\frac{\partial T_\theta}{\partial \theta} d\theta ds$$

- Contribución de las cargas externas:

$$F_e dA = F_e r d\theta ds$$

- Contribución de T_s :

$$T_s r d\theta - \left\{ \left(T_s + \frac{\partial T_s}{\partial s} ds \right) [(r + dr) d\theta] \right\} = -T_s dr d\theta - \frac{\partial T_s}{\partial s} r ds d\theta$$

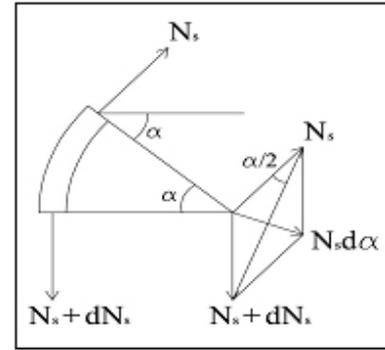


Fig. 16 - Contribución de N_s .

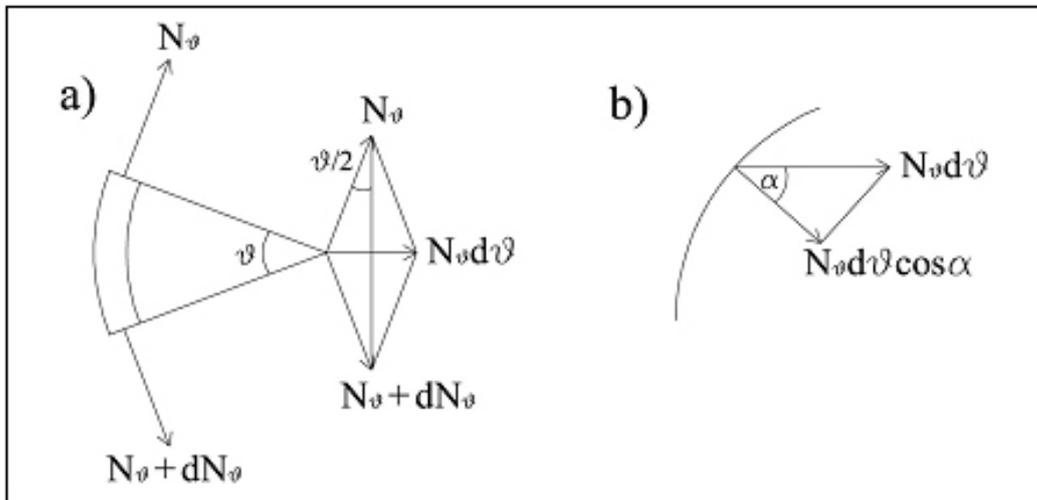


Fig. 17 - Contribución de N_θ en la traslación a lo largo de la dirección n.

Sumando todas las contribuciones y dividiendo por $dA=r d\theta ds$ se tiene:

$$\left(-\frac{\partial \alpha}{\partial s} \right) N_s + \left(-\frac{\cos \alpha}{r} \right) N_\theta + \left(-\frac{1}{r} \frac{dr}{ds} - \frac{\partial}{\partial s} \right) T_s + \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) T_\theta + F_e = 0$$

Sustituyendo según las fórmulas [I - 4;5] y considerando que $dr/ds \approx \sin \alpha$ se obtiene [I - 8]:

$$\left(\frac{1}{R_1} \right) N_s + \left(\frac{1}{R_2} \right) N_\theta + \left(-\frac{\partial}{\partial s} - \frac{\sin \alpha}{r} \right) T_s + \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) T_\theta + F_e = 0$$

4) Rotación alrededor de la dirección t:

- Contribución de T_s :

$$T_s r ds d\theta$$

- Contribución de M_θ :

$$\frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} ds d\theta$$

- Contribución de M_θ (fig.18):

$$(M_\theta \sin \alpha) ds d\theta$$

- Contribución de M_s , menor de infinitésimos de III orden:

$$M_s r d\theta - \left\{ \left(M_s + \frac{\partial M_s}{\partial s} ds \right) [(r + dr) d\theta] \right\} = -M_s dr d\theta - \frac{\partial M_s}{\partial s} r ds d\theta$$

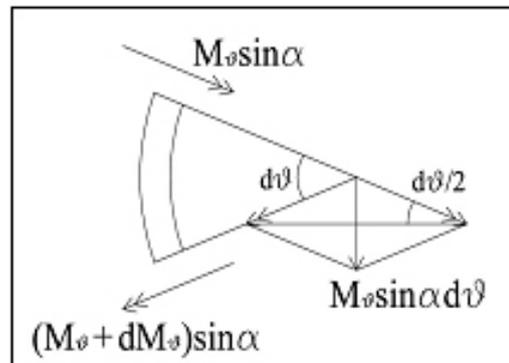


Fig. 18 - Contribución de M_θ .

Sumando todas las contribuciones y dividiendo por $dA=r d\theta ds$ se obtiene:

$$T_s + \left(-\frac{\partial}{\partial s} - \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \right) M_s + \left(\frac{\sin \alpha}{r} \right) M_\theta + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) M_\theta = 0$$

Considerando que $dr/ds \approx \sin \alpha$ se obtiene [I - 9]:

$$T_s + \left(-\frac{\partial}{\partial s} - \frac{\sin \alpha}{r} \right) M_s + \left(\frac{\sin \alpha}{r} \right) M_\theta + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) M_\theta = 0$$

5) Rotación alrededor de la dirección s:

- Contribución de T_θ :

$$T_\theta r ds d\theta$$

- Contribución de M_θ :

$$\frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} ds d\theta$$

- Contribución de $M_{s\theta}$, menor de infinitésimos de III orden:

$$M_{s\theta} r d\theta - \left\{ \left(M_{s\theta} + \frac{\partial M_{s\theta}}{\partial s} ds \right) [(r + dr) d\theta] \right\} = -M_{s\theta} dr d\theta - \frac{\partial M_{s\theta}}{\partial s} r ds d\theta$$

- Contribución de $M_{\theta s}$:

$$-(M_{\theta s} \sin \alpha) ds d\theta$$

Sumando todas las contribuciones ($M_{s\theta}=M_{\theta s}$) y dividiendo por $dA=r d\theta ds$ se obtiene:

$$-T_\theta + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) M_\theta + \left(-\frac{\partial}{\partial s} - \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} - \frac{\sin \alpha}{r} \right) M_{s\theta} = 0$$

Considerando que $dr/ds \approx \sin \alpha$ se obtiene: [I - 10]:

$$-T_\theta + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) M_\theta + \left(-\frac{\partial}{\partial s} - \frac{2 \sin \alpha}{r} \right) M_{s\theta} = 0$$

Las [I - 6;7;8;9;10] pueden ser escritas en forma matricial [I - 11]:

$$[\partial^*] \{Q\} + \{F^*\} = \{0\}$$

adonde $\{Q\}$ está constituido de una columna con los ocho esfuerzos internos, en el orden $N_s, N_\theta, N_{s\theta}, T_s, T_\theta, M_s, M_\theta, M_{s\theta}$. $\{F^*\}$ está constituido de una columna con los componentes de las cargas externas, en el orden $F_s, F_\theta, F_n, 0, 0$. La matriz de transformación $[\partial^*]$ está expresada por:

$$\begin{bmatrix} \frac{(\partial/\partial s)+}{(\sin \alpha/r)} & -\sin \alpha/r & \frac{(1/r)^*}{(\partial/\partial q)} & 1/R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(1/r)^*}{(\partial/\partial q)} & \frac{(\partial/\partial s)+}{(2 \sin \alpha/r)} & 0 & 1/R_2 & 0 & 0 & 0 \\ 1/R_1 & 1/R_2 & 0 & -\frac{(\partial/\partial s)+}{(\sin \alpha/r)} & -\frac{(1/r)^*}{(\partial/\partial q)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{(\partial/\partial s)+}{(\sin \alpha/r)} & -\sin \alpha/r & \frac{(1/r)^*}{(\partial/\partial q)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & \frac{(1/r)^*}{(\partial/\partial q)} & -\frac{(\partial/\partial s)+}{(2 \sin \alpha/r)} \end{bmatrix}$$

El sistema de ecuaciones de equilibrio esta constituido de cinco ecuaciones con ocho incógnitas. El problema del equilibrio de las láminas de revolución sujetas a cargas externas asimétricas es por lo tanto tres veces hiperestático. En general para su resolución es necesario utilizar las ecuaciones cinemáticas y las ecuaciones constituidas, es decir tener en cuenta las características de deformación de la estructura y de los materiales que la conforman²⁷.

b) Sujetas a cargas simétricas.

Es importante subrayar que las láminas de revolución de pequeño espesor sometidas a cargas simétricas es más realista respecto al caso precedente de láminas de revolución de pequeño espesor sometidas a cargas asimétricas. El régimen estático en láminas no sutiles, generalmente construidas en materiales pesados como mampostería o piedra, sufre casi exclusivamente el peso propio, uniformemente distribuido por aquellos simétricos, sin ser influenciado por las cargas accidentales externas asimétricas como el viento o la nieve.

La particular condición de carga representa una simplificación del caso precedente. En primer lugar la carga externa tiene componentes en las direcciones s y n ($F_\theta=0$), vale decir que la carga asume valores constantes a través de un paralelo siendo función de la coordenada s. En segundo lugar las sollicitaciones internas se presentan según la tabla siguiente:

	REGIME MEMBRANALE	REGIME FLESSIONALE
CARICO SIMMETRICO	$N_s \quad N_\theta$	$T_s \quad M_s \quad M_\theta$
CARICO ASIMMETRICO	$N_{s\theta}$	$T_\theta \quad M_{s\theta}$

$N_{s\theta}$, T_θ y $M_{s\theta}$ resultan nulas porque varían en función de la coordenada t; son presentes N_s (esfuerzo normal directo a través de la tangente al meridiano), N_θ (esfuerzo normal directo a través de la tangente al paralelo) (fig.19a), T_s (esfuerzo cortante contenido en el plano del meridiano, perpendicular a la tangente al meridiano), M_s (momento flector con eje tangente al paralelo) y M_θ (momento flector con eje tangente al meridiano) (fig.19b)²⁸.

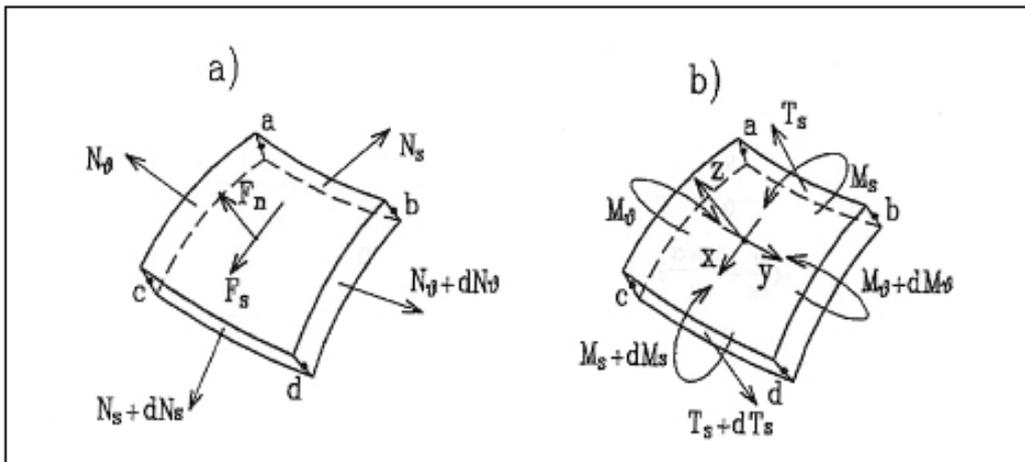


Fig. 19 - Los esfuerzos internos en una lámina de revolución sujeta a cargas externas simétricas a) membranales; b) flexionales.

Si volvemos a analizar las ecuaciones de equilibrio [1 – 6;7;8;9;10]. Dada la condición de carga resultan implícitamente verificadas las ecuaciones de equilibrio a la traslación a través de la dirección t y a la rotación alrededor de la dirección s. Por lo tanto se vuelven a escribir las tres ecuaciones de equilibrio restantes, teniendo en cuenta el hecho de que desaparecen los esfuerzos internos $N_{s\theta}$, T_θ ed $M_{s\theta}$ y que las ecuaciones son diferenciales ordinarias en lugar de derivadas parciales.

27. Para profundizar v. CARPINTERI II 1995, pp. 35-37 (en part. para las ecuaciones cinemáticas y constitutivas) y BOSCO 1996-97, pp. 9-14

28. BOSCO 1996-97, p. 14.

1) Traslación a lo largo de la dirección s [I - 12]:

$$\left(\frac{d}{ds} + \frac{\sin \alpha}{r}\right) N_s + \left(-\frac{\sin \alpha}{r}\right) N_\theta + \left(\frac{1}{R_1}\right) T_s + F_s = 0$$

2) Traslación a lo largo de la dirección n [I - 13]:

$$\left(\frac{1}{R_1}\right) N_s + \left(\frac{1}{R_2}\right) N_\theta + \left(-\frac{d}{ds} - \frac{\sin \alpha}{r}\right) T_s + F_n = 0$$

3) Rotación alrededor de la dirección [I - 14]:

$$T_s + \left(-\frac{d}{ds} - \frac{1}{r} \frac{dr}{ds}\right) M_s + \left(\frac{\sin \alpha}{r}\right) M_\theta = 0$$

Como en el caso precedente vale la forma matricial [I - 11], en la cual {Q} está constituido de una columna con los cinco esfuerzos internos, en el orden $N_s, N_\theta, T_s, M_s, M_\theta$. {F*} está constituido por una columna con los componentes de las cargas externas, en el orden $F_s, F_n, 0$. La matriz de transformación [θ*] está expresada por:

$$\begin{bmatrix} (\partial/\partial s) + (\sin \alpha / r) & \sin \alpha / r & 1/R_1 & 0 & 0 \\ 1/R_1 & 1/R_2 & -(\partial/\partial s) + (\sin \alpha / r) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & & -(\partial/\partial s) + (\sin \alpha / r) & \sin \alpha / r \end{bmatrix}$$

El sistema de ecuaciones de equilibrio esta compuesto por tres ecuaciones con cinco incógnitas. Entonces el problema del equilibrio de las laminas de revolucion sujetas a cargas externas asimetricas es dos veces hiperstatico, y no tres; esta claro como la regularizacion de la carga lleve ad una simplificacion del problema²⁹.

2.2.2.2 Láminas de revolución sutiles.

Las láminas sutiles de doble curvatura tienen un espesor imperceptible y presentan una rigidez a la flexión insignificante, por no decir nula; solo pueden soportar esfuerzos de compresión contenidos en el plano tangente y tienen una rigidez a tracción nula. Siendo el régimen de las láminas sutiles exclusivamente el membranal desaparecen los esfuerzos internos generados en el régimen flexional, es decir $T_s, T_\theta, M_s, M_\theta, M_{s\theta}$. La geometría resistente con los relativos sistemas de referimiento se considera idéntica a aquella de la fig. 11, a menos del espesor.

a) Sujetas a cargas asimétricas.

Como se ha dicho en el párrafo 2.2.2.1 b) la hipótesis de cargas asimétricas no es realista en el caso de láminas dotadas de espesor mientras si lo es en aquellas sutiles, construidas con materiales modernos, en los cuales las cargas accidentales pueden influir notablemente en la economía estática global de la estructura.

Desde el momento que la geometría sutil de la lámina implica la ausencia del régimen membranal las sollicitaciones internas varían según la siguiente tabla:

	REGIMEN MEMBRANAL	REGIMEN FLEXIONAL
CARGA SIMETRICA	N_s, N_θ	T_s, M_s, M_θ
CARGA ASIMETRICA	$N_{s\theta}$	$T_\theta, M_{s\theta}$

29. Para profundizar v. CARPINTERI II (1995), pp. 37-40 y BOSCO 1996-97, pp. 14-18 (en part. para las ecuaciones cinemáticas y constitutivas).

$T_s, T_\theta, M_s, M_\theta$ ed $M_{s\theta}$ resultan nulas. Las solicitaciones presentes son N_s (esfuerzo normal directo a través de la tangente al meridiano), (esfuerzo normal directo a través de la tangente al paralelo) y $N_{\theta s}$ (esfuerzo tangencial directo a través el paralelo/meridiano) (fig.20)³⁰. La carga externa asimétrica tiene componentes en las tres direcciones s, t, n.

Si volvemos a analizar las ecuaciones de equilibrio [I - 6;7;8;9;10]. Dada la geometría sutil, no resistente a flexión, resultan implícitamente verificadas las ecuaciones de equilibrio a la rotación alrededor de la dirección t y s. Por lo tanto se vuelven a escribir las tres ecuaciones de equilibrio restantes a la traslación, teniendo en cuenta el hecho de que desaparecen los esfuerzos internos antes mencionados.

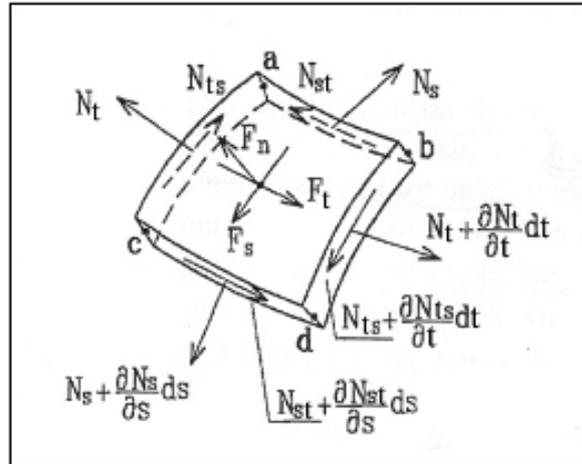


Fig. 20 - Los esfuerzos internos en una lámina de revolución sutil sujeta a cargas externas asimétricas.

1) Traslación a lo largo de la dirección s [I - 15]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial s} + \frac{\sin \alpha}{r}\right) N_t + \left(-\frac{\sin \alpha}{r}\right) N_s + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}\right) N_{s\theta} + F_s = 0$$

2) Traslación a lo largo de la dirección t [I - 16]:

$$\left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}\right) N_s + \left(\frac{\partial}{\partial s} + \frac{2 \sin \alpha}{r}\right) N_{ts} + F_t = 0$$

3) Traslación a lo largo de la dirección n [I - 17]:

$$\left(\frac{1}{R_1}\right) N_t + \left(\frac{1}{R_2}\right) N_s + F_n = 0$$

Vale nuevamente la forma matricial [I - 11], en la cual {Q} está constituido de una columna con los tres esfuerzos internos, en el orden $N_s, N_\theta, N_{s\theta}$. {F*} está constituido por una columna con los componentes de las cargas externas, en el orden F_s, F_θ, F_n . La matriz de transformación [∂*] está expresada por:

$$\begin{bmatrix} (\partial/\partial s) + (\sin \alpha / r) & -\sin \alpha / r & (1/r)(\partial/\partial \theta) \\ 0 & (1/r)(\partial/\partial \theta) & (\partial/\partial s) + (2 \sin \alpha / r) \\ 1/R_1 & 1/R_2 & 0 \end{bmatrix}$$

El sistema de ecuaciones de equilibrio esta compuesto por tres ecuaciones con tres incógnitas. El problema del equilibrio de las láminas de revolución sutiles sometidas a cargas externas asimétricas es por lo tanto isostático.

a) Sujetas a cargas simétricas.

En este último caso la simplificación es la máxima. Los esfuerzos internos se presentan según la siguiente tabla:

30. BOSCO 1996-97, p. 10.

	REGIMEN MEMBRANAL	REGIMEN FLEXIONAL
CARGA SIMETRICA	N_s N_θ	T_s M_s M_θ
CARGA ASIMETRICA	$N_{s\theta}$	T_θ M_{sq}

En virtud de la presencia solamente del régimen membranar, como se vio en el caso precedente, se anulan los esfuerzos típicos del régimen flexional es decir T_s , T_θ , M_s , M_θ ed M_{sq} . Es más la particular condición de carga produce la desaparición de la sollicitación N_{sq} y que la carga externa tenga componentes solo en la dirección n. Las sollicitaciones presentes son exclusivamente N_s (esfuerzo normal directo a través de la tangente al meridiano), y N_θ (esfuerzo normal directo a través de la tangente al paralelo) (fig.21)³¹.

Las ecuaciones [I - 7;9;10] de equilibrio resultan implícitamente verificadas dada la geometría sutil y las condiciones de carga. Las dos ecuaciones restantes son aquella a la traslación través las direcciones s y n.

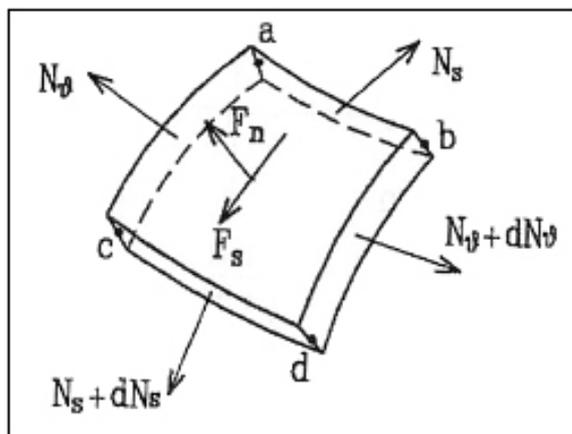


Fig. 21 - Los esfuerzos internos en una lámina de revolución sutil sujeta a cargas externas simétricas.

1) Traslación a lo largo de la dirección s [I - 18]:

$$\left(\frac{d}{ds}\right)N_s + \left(-\frac{\sin \alpha}{r}\right)N_\theta = 0$$

2) Traslación a lo largo de la dirección n³² [I - 19]:

$$\frac{N_s}{R_1} + \frac{N_\theta}{R_2} = -F_n$$

La [I - 19] constituye la relación algebraica fundamental entre N_s y N_θ en una lámina de revolución sutil sujeta a cargas externas simétricas.

En la forma matricial [I - 11] {Q} está constituido de una columna con los dos esfuerzos internos, en el orden N_s y N_θ . {F*} está constituido por una columna con los componentes de las cargas externas, es decir 0 y F_n . La matriz de transformación [delta*] está expresada por:

$$\begin{bmatrix} d/ds & -\sin\alpha/r \\ 1/R_1 & 1/R_2 \end{bmatrix}$$

El sistema de ecuaciones de equilibrio está compuesto por dos ecuaciones con dos incógnitas. El problema es isostático como en el caso anterior y se puede resolver de la manera propuesta a continuación.

Insertando N_θ , obtenido de [I - 19], en la [I - 18] se obtiene:

$$\frac{dN_s}{ds} - \frac{\sin \alpha}{r} \left[-R_1 \left(\frac{N_s}{R_1} + F_n \right) \right] = 0$$

y sustituyendo con la [I - 5] se obtiene [I - 20]:

32. Idéntica a la traslación a lo largo de la dirección n en el caso de la lámina de revolución sutil con cargas externas asimétricas.

$$\frac{dN_s}{ds} - \frac{\tan \alpha}{R_1} N_s = \tan \alpha F_n$$

de la cual se puede obtener N_s en función de la carga externa. De [I - 19] se obtiene luego N_θ [I - 21]:

$$N_\theta = -R_2 \left(\frac{N_s}{R_1} + F_n \right)$$

En el caso particular de cúpula hemisférica, siendo $R_1=R_2=R$, se tiene³³ [I - 22]:

$$N_\theta = -N_s - RF_n$$

Como alternativa a la ecuación de equilibrio [I - 18] se puede considerar la ecuación de equilibrio a la traslación a lo largo de z [I - 23]:

$$Q = N_s \cos \alpha (2\pi r)$$

en la cual Q es la resultante de las fuerzas externas, agente según el eje de revolución, arriba de la sección horizontal individuada por r (fig.22)³⁴. De esta fórmula se obtiene N_s [I - 24]:

$$N_s = \frac{Q}{\cos \alpha (2\pi r)}$$

y sucesivamente, a través de [I - 21], N_θ [I - 25]:

$$N_\theta = \frac{Q}{\cos \alpha (2\pi r)} - F_n \frac{r}{\cos \alpha}$$

que en una cúpula hemisférica vale [I - 26]:

$$N_\theta = \frac{Q}{\cos^2 \alpha (2\pi R)} - F_n R$$

b) Condiciones de borde.

Se ha visto que para no alterar el régimen membranar el borde de una lámina debe transmitir a la membrana exactamente las mismas sollicitaciones que transmitiría la parte de la membrana que falta, y que en la práctica es muy difícil de realizar. Por este motivo sobre el borde se manifiestan alteraciones flexionales al régimen membranar que no han sido consideradas en el análisis de los estados de tensión de las láminas sutiles, denominadas perturbaciones de borde. Para limitar el efecto el esfuerzo N_s en el meridiano debe ser directamente contrarrestado por la reacción a la base.

En la práctica esto se debe concretar a través de los vínculos de borde. Se llama β al ángulo complementario de α , es decir el ángulo formado por la tangente del meridiano a la base con la horizontal, existen tres casos posibles (fig.23)³⁵:

- 1) $\beta < \pi/2 \rightarrow$ la componente horizontal de N_s es centrífuga. Teóricamente la base debe ser vinculada con un apoyo móvil tanto vertical como horizontal. En la práctica el apoyo móvil horizontal puede ser continuo o discontinuo: en el caso de ser discontinuo surgen flexiones que alteran el régimen membranar. El apoyo móvil vertical conviene no construirlo y contrarrestar la acción horizontal con los elementos resistentes a tracción (perfil metálico, un tensor en hormigón armado o cable pretensados); también en este caso el régimen membranar sufre perturbaciones.

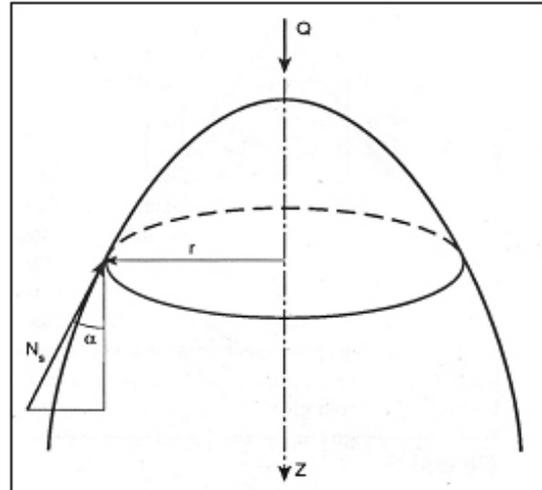


Fig. 22 - Ecuación de equilibrio a la traslación a lo largo de la dirección z .

33. Para profundizar v. CARPINTERI II 1995, pp. 40-44.

34. CARPINTERI II 1995, p. 41.

35. PIZZETTI - ZORGNO TRISCIUOGLIO 1980, p. 382.

2) $= \pi/2 \rightarrow N_s$ no tiene componente horizontal, por lo cual es suficiente que en la base el apoyo sea móvil solo en horizontal; como se ha dicho en el punto 1) si el apoyo es discontinuo nacen alteraciones de flexión que perturban el régimen membranal

3) $> \pi/2 \rightarrow$ la componente horizontal de N_s es centrípeta. Vale lo dicho en el punto 1) para el apoyo móvil horizontal. El apoyo móvil vertical conviene como en el caso 1) no construirlo, pero contrarrestar las acciones horizontales con los elementos resistentes obviamente a compresión antes que a tracción.

Las solicitaciones y las deformaciones debidas al régimen flexional se amortiguan rápidamente variando en modo oscilatorio al crecer la latitud, gracias a las acciones de freno ejercidas por los paralelos que se oponen a la deformación de los meridianos. En el arco en vez, como no existe un elemento atenuante, las solicitaciones debidas al régimen flexional son presentes a lo largo de toda la directriz con un momento máximo en llave³⁶.

2.2.3. Superficies curvas incompletas.

Si pensamos en una lámina de doble curvatura a la cual, por razones estéticas más que proyectuales, se le quitan algunas partes. ¿Qué alteraciones sufre el régimen estático de la lámina?

El análisis de los estados de tensión y deformación resulta particularmente complejo desde el momento en que resulta imposible encontrar soluciones a las ecuaciones de equilibrio que satisfagan contemporáneamente las condiciones de los bordes. Sin embargo se puede efectuar un análisis cualitativo de problema más que cuantitativo. Antes que nada es necesario distinguir como viene efectuada esa "amputación".

a) Si la lámina viene seccionada a lo largo del plano horizontal próximo a su vértice, comprendido entre el vértice mismo y la base, se interrumpe la continuidad para transmitir los esfuerzos en dirección de los meridianos. Por lo tanto sería necesario aplicar sobre los bordes seccionados los esfuerzos iguales a aquellos que transmitiría la parte de la cobertura faltante³⁷. En realidad la corona de una cúpula puede ser eliminada sin que su estabilidad estructural sea comprometida, y está probado que una cúpula en mampostería puede ser construida sin estructura de sostén³⁸, auto soportándose. La razón está en que la lámina de doble curvatura transmite los esfuerzos en la dirección de los meridianos y de los paralelos. Se explica de esta forma la diferencia de comportamiento respecto al arco: si en un arco se extrae el material interrumpiendo la continuidad de la directriz curvilínea, el arco colapsa porque en ellos los esfuerzos se transmiten en una sola dirección.

b) Si una lámina viene seccionada a lo largo de un plano vertical pasante por el vértice se interrumpe la continuidad de la transmisión de los esfuerzos en dirección de los paralelos. Como se ha visto anteriormente no es necesario aplicar sobre los bordes seccionados los esfuerzos iguales a aquellos que transmitiría la parte de la cobertura faltante³⁹ porque una media cúpula puede sostenerse igualmente transmitiendo los esfuerzos a lo largo de los meridianos, siempre y cuando sea construida con un espesor suficiente. Si nos imaginamos seccionar la media cúpula a través de números planos verticales paralelos y equidistantes (fig. 24)⁴⁰: se obtiene una serie de arcos de luz y flecha siempre creciente, que en función de su espesor podrían o no sostenerse. Por el Teorema de la Seguridad⁴¹ si la media cúpula afectada se sostiene, se sostendrá también la media cúpula íntegra.

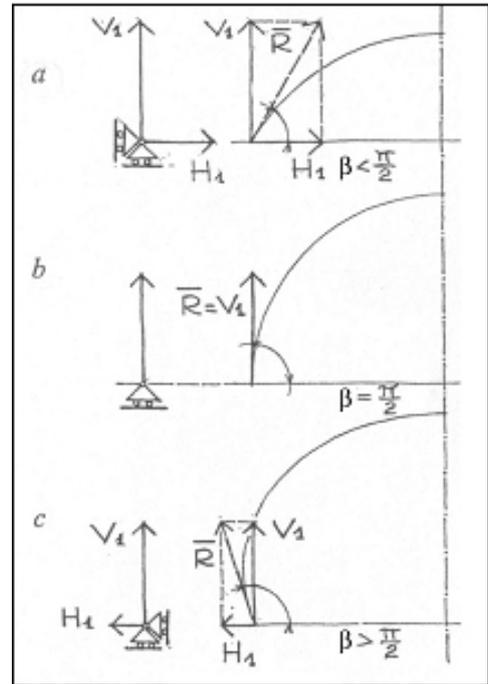


Fig. 23 - Variación de H en función de β .

36. Para profundizar v. BILLINGTON 1990, pp. 24/17-19; PIZZETTI - ZORGNO RISCIOGLIO 1980, p. 380 sg.; pp. 402-411.

37. No se piense que la linterna sea proyectada para absorber esta función, desde el momento que su razón estructural es otra (v. Parte II, par. 2.2.5).

38. El hecho es que construyó la cúpula de S. Martía del Fiore sin ayuda de estructura de sostén, hasta una cierta latitud, fue el gran mérito de Filippo Brunelleschi.

39. Una media cúpula puede ser utilizada como soporte, por ejemplo cúpulas principales como los Bizantini, en virtud de estas fuerzas horizontales de las cuales hay necesidad para ser equilibrada a lo largo de los paralelos.

40. HEYMAN, p. 42.

41. Que se verá en la Parte III, par. 2.2, analizando el estudio de G. Poleni sobre S. Pietro.

Parte II. La cúpula en mampostería

La enciclopedia de Arquitectura dice que la cúpula es la estructura arquitectónica que cubre un edificio, con superficie curva y perímetro de apoyo generalmente circular, generada por la rotación de una curva alrededor de un eje meridiano. Según de la curva utilizada la cúpula puede tener formas diferentes (semiesférica, semielíptica, rebajada o aguda). Nada de nuevo con respecto al concepto de superficie de revolución con curvatura siempre positiva estudiada con anterioridad. En esta segunda parte los modelos teóricos de la primera son aplicados a la realidad: la terminología no está más referida a una forma pura y ideal sino a una estructura espacial concreta, realmente visible y circulable. Se podría citar el ejemplo de la espléndida cubierta de S. Maria del Fiore, que no se la llamará "la lámina de revolución del Brunelleschi", definición sin duda alguna correcta, sino simplemente "la cúpula del Brunelleschi".

Para referirse a la mampostería se necesita una especificación mayor porque efectivamente vienen excluidas del examen las superficies angostas; los cerramientos de hecho como se ve, no es uno de los materiales aplicables en la construcción de este tipo de lámina.

1. La evolución de las cúpulas.

«Volta e cupola rappresentano le soluzioni più naturali e tecnicamente più significative per coprire una determinata area senza ricorrere all'impiego di supporti intermedi e con il minimo consumo di materiale strutturale⁴². Di conseguenza esse corrispondono ad una delle più autentiche e, non a caso, ad una delle prime espressioni costruttive di "spazio artificiale", vale a dire di spazio a funzionalismo commisurato alle esigenze dell'abitare⁴³». Por éste motivo se presentará una reseña histórica de la evolución de las cúpulas desde el punto de vista simbólico y estático - constructivo.

1.1. Evolución simbólica.

Las figuras geométricas regulares y en particular la circular siempre suscitaron una gran fascinación especialmente en el renacimiento. Podemos citar como uno de los precursores de esta pasión por las figuras regulares a Rafael, el que afirmaba que "a nuestro ojo le gusta la perfección del círculo". Mientras que Francesco di Giorgio sostenía que "la figura redonda es la primera y la más perfecta". Se explica de este modo la fuerte presencia simbólica dada a una forma especial como la de la cúpula, dada por una evidente simetría axial cuya base es generalmente circular.

En primer lugar, la cúpula por la forma de semiesfera es asociada con el cielo. Se encuentran cúpulas decoradas con estrellas como la cúpula del Mausoleo di Galla Placidia en Ravenna (fig.25), o que tienen dispositivos mecánicos de rotación, como la cúpula octogonal de la Domus Aurea.

Durante la época cristiana la presencia simbólica celestial se ve sostenida y adecuada a los cánones espirituales de la religión: la cúpula constituye el elemento intermedio que relaciona la tierra con el cielo, permitiendo la conexión entre lo humano y lo espiritual, típico concepto renacentista y llevado a cabo en la relación existente entre las paredes del tambor y la base de la cúpula. Gran



Fig. 25 - Mausoleo de Galla Placidia.

parte de los monumentos romanos cuya cubierta es cúpula fueron transformados en edificios cristianos dedicados al pasaje de un estado espiritual a otro⁴⁴: los mausoleos son transformados en *martyria*, es decir, monumentos fúnebres donde se produce el pasaje de la vida terrenal a la vida eterna, y las termas en baptisterios en las cuales se produce el pasaje de la muerte del pecado al renacimiento espiritual. Se sobre entiende a estos pasajes como mediación entre cielo y tierra, es María⁴⁵ a la que en el Renacimiento se le dedica varias iglesias de planta central con cúpulas. Mientras que la cúpula en los templos clásicos constituía solo una referencia interna, la cúpula cristiana es también una referencia externa, es un símbolo urbano (fig. 26), motivo por el cual desde el Renacimiento se comienza a utilizar la superposición

42. En el campo de los materiales que no resisten a tracción, N.d.A.

43. PIZZETTI - ZORGNO TRISCIUOGGIO 1980, p. 300.

44. Esta es la razón por la que muchos monumentos romanos se han salvado; de otra forma iban a ser destruidos por su matriz pagana.

45. A María será consagrado el Pantheon.

de casquetes⁴⁶ que acentúan las dimensiones externas. De esta manera la cúpula se transforma en un signo territorial. Basta solo pensar en San Pietro y S. Maria del Fiore, donde Leon Battista Alberti para referirse a esta última obra dice que era de tal magnitud que *“con la sombra de ésta podrá cubrir a todo el pueblo Toscano”*. Esta tendencia se verá acentuada posteriormente, se puede pensar en la catedral de San Paolo en Londres, Los Inválidos y San Genevieve en París, donde los casquetes son tres.



Fig. 26 - La cúpula de S. María del Fiore, referencia urbana y territorial.

Cuando comienza el periodo denominado iluminismo el significado simbólico de la cúpula cambia totalmente, es clara la diferencia entre el valor religioso de las cúpulas de S. Pietro, símbolo de la cristiandad, a la de S. Paolo, catedral anglicana, o aquel totalmente laico la cúpulas de Los Inválidos, construidos por Napoleón, o del Campidoglio en Washington, sede del poder de Estados Unidos. El pasaje hacia un valor laico, como símbolo de poder y de gloria nacional, es llevado a cabo en la Mole Antonelliana de Torino, que nace como sinagoga hebrea por ser después trasformada en Museo del Risorgimento⁴⁷.

1.2. Evolución estructural y constructiva.

1.2.1. Antes del descubrimiento de los nuevos materiales.

Las primeras estructuras con forma de cúpulas nacen en las culturas mas arcaicas y son constituidas por cabañas de perfil semiesferico, «di solito a matrice emisferica o a quarto di sfera (a seconda delle esigenze di aggregazione reciproca), nelle quali la superficie curva è al tempo stesso involucro e copertura. Particolarmente istruttivo è il sistema costruttivo impiegato nella realizzazione di tali involucri, specie appena lo si ponga in relazione con le disponibilità tecnologiche; soprattutto per insediamenti di tipo nomade o seminomade la costruzione è realizzata tramite un'intelaiatura spaziale di rami curvati – che costituisce un supporto spaziale di flussi statici che possono anche tollerare deformazioni flessionali – sulla base di

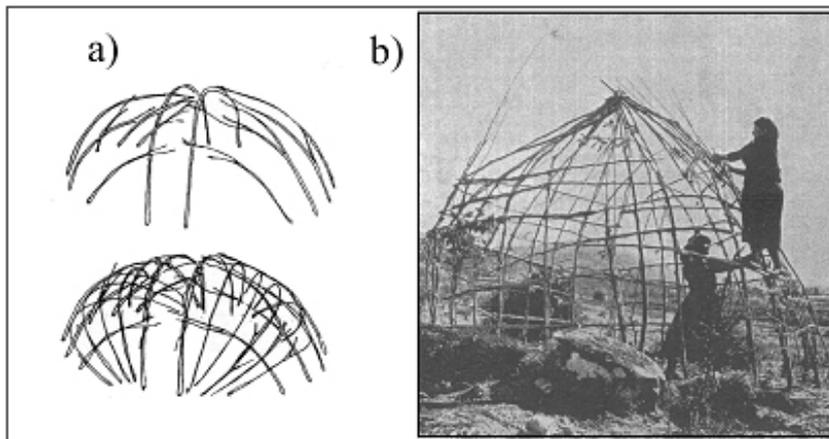


Fig. 27 - Dos tipos de materialización de los canales estáticos.

46. Es un medio que deriva de la arquitectura musulmana.

47. Para profundizar v. BENVENUTO 1981, pp. 408-416; CONFORTI 1997, *passim*.

una tecnica ampiamente sperimentata in consuete attività pratiche manuali, quale la tecnica dell'intreccio dei giunchi e dei rami. Talvolta l'intelaiatura di rami infissi al suolo e piegati ad arco mantiene il distacco tra i due quarti di sfera; la costruzione viene in tal caso concepita come due catini accostati, anche se poi – in effetti – essi sono solidarizzati attraverso il rivestimento, di solito realizzato con un impasto di paglia ed argilla. Di indubbio interesse è in questi sistemi il disegno costruttivo (rami pieghevoli riuniti in alto a due a due, oppure infissi ciascuno a terra alle due estremità e funzionanti come archi), che si manifesta differenziato in due diversi tipi, orientati entrambi al preciso scopo di materializzare determinati “canali” di forze: ad archi su piani verticali, di luce decrescente intrecciati in due serie ortogonali tra di loro (fig. 27a)⁴⁸ e ad archi meridiani, di uguale luce, intrecciati con una serie di paralleli disposti secondo i piani orizzontali (fig.27b)⁴⁹. Questa seconda soluzione manifesta chiaramente la precisa intuizione delle possibilità di sfruttamento dei flussi statici propri delle superfici di rivoluzione, organizzabili secondo linee meridiane e parallele».

«Né mancano singolari interpretazioni di questo stesso meccanismo anche con direttrici diverse da quella sferica. Ciò è ad esempio riconoscibile nel diverso principio statico e costruttivo proprio della capanna ad impianto circolare ed a sezione archiacuta, evidente contaminazione della direttrice sferica e preludio alla direttrice conica; in questa tipologia la continuità al vertice della cupola, così chiaramente evidenziata dalle capanne a direttrice sferica, è ottenuta artificialmente: infatti gli archi sono spezzati ed i rami opposti – tenuti inflessi da uno o più tiranti o dal peso del rivestimento – sono legati alla sommità. E' chiaro, in questo caso, il predominio di altre finalità del costruire su quelle puramente strutturali: fu probabilmente il desiderio di conferire maggiore respiro allo spazio interno da coprire, pur utilizzando sostegni lignei di dimensioni compatibili con le esigenze di trasporto e di maneggevolezza, a suggerire la rinuncia alla continuità di flusso statico nei meridiani in corrispondenza del vertice di copertura. Rispetto alla direttrice sferica la cupola conica e quella cilindro-conica, realizzate con pali radiali appoggiati al vertice, ammettono chiaramente una maggior rigidità geometrica e statica; si passa infatti, in questi tipi, dall'impiego di un sistema ad elementi flessibili – ad esempio gli archi curvati secondo i piani meridiani della copertura sferica – all'impiego di un sistema di “puntoni”, mutuamente reagenti in corrispondenza del vertice della cupola⁵⁰».

El primer gran cambio en la construcción de las cabañas es la la «netta separazione tra il sistema di copertura vero e proprio ed il sistema portante perimetrale; questa circostanza consente da un lato una migliore utilizzazione degli spazi interni e dall'altro prelude alla suddivisione dei compiti statici tra la base cilindrica di imposta e la copertura».

«Non a caso questa differenziazione dei compiti statici viene sottolineata dall'adattamento, ai due elementi strutturali, di materiali a diversa consistenza: così il cilindro di base è realizzato da una serie di sostegni lignei verticali, mentre la copertura è costruita con materiali più leggeri e flessibili (rami, frasche, foglie). L'impiego di materiali resistenti a compressione, come la pietra, ed il laterizio, è di solito – per lo meno in questi primi esempi di copertura a superficie curva – complementare rispetto al materiale ligneo. Così il materiale lapideo è di norma impiegato, in alternativa ai sostegni lignei perimetrali, per il basamento della capanna, mentre l'argilla trova frequente impiego specie come rivestimento».

«Il ricorso ad abitazioni sotterranee ed a camere sepolcrali ipogee conduce a sfruttare la tecnica costruttiva della pseudocupola e della pseudovolta, con impiego esclusivo di blocchi di pietra o di pani di argilla; anche se sono riconoscibili in tali realizzazioni alcune direttrici di superfici curve non molto lontane da quelle ampiamente sfruttate nei modelli di capanna sopra descritti, il principio statico al quale tali coperture sono informate è sostanzialmente differente: l'equilibrio del sistema deriva in queste realizzazioni da quello dei singoli elementi sovrapposti in aggetto l'uno rispetto all'altro, e non dalle azioni mutue totali che si trasmetteva il complesso di archi meridiani resi collaboranti con elementi disposti nei piani trasversali ad azione cerchiante. Non a caso, peraltro, le sezioni di tali coperture sono archiacute o a forma di parabola rialzata: ciò evidentemente allo scopo di predisporre la massa terrosa ad un più efficace contributo all'azione di mutuo equilibramento rigido tra i conci sovrapposti⁵¹».

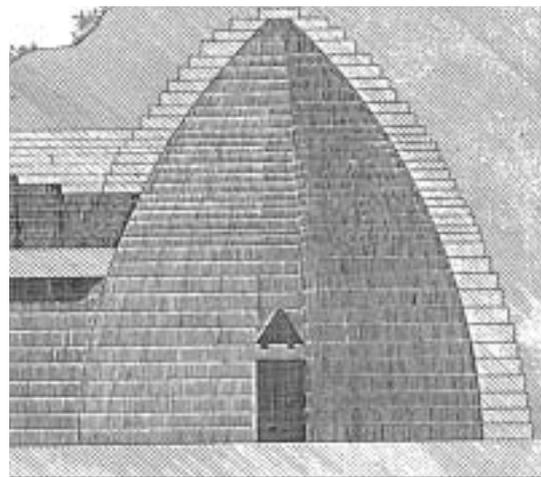


Fig. 28 - Micene: la tumba de Atreo (1330 a.C.).

48. PIZZETTI - ZORGNO TRIUSCIUOGLIO 1980, p. 301.

49. *Ibid.*, p. 302.

50. PIZZETTI - ZORGNO TRISCIUOGLIO 1980, pp. 301-303.

51. *Ibid.*, p. 304 sg.

Tentativas de construir bóvedas a través de la superposición de elementos se encuentran en las civilizaciones más antiguas de la protohistoria. Las llamadas tumbas *a tholos*, por ejemplo, se vienen realizando a partir del III milenio a C., en la Mesopotamia (se piense en el cementerio real de Ur) y sobretudo en el área mediterránea: en Attica, en las Cíclades, en Creta y sucesivamente (mitad del II milenio) en Micene. Acá se encuentran la notoria tumba de Atreo (fig. 28)⁵² y Clitennestra.

«Naturalmente i tipi strutturali della cupola e della volta ammettono, in questi ultimi esempi, i caratteri portanti di vere e proprie superfici a lastra curva, vale a dire di superfici suscettibili – almeno in via teorica – di accettare tutti i tipi di sollecitazione. Si deve tuttavia sottolineare la preoccupazione, evidente in numerose realizzazioni, di ridurre l’impegno flessionale della struttura, onde riportarne il regime statico a idonei livelli di compatibilità con i materiali impiegati e le loro caratteristiche meccaniche. Ciò è particolarmente evidente nella cupola, specie negli esempi nei quali i conci sono disposti secondo un tracciato spaziale individuabile tramite un reticolo di archi meridiani e di anelli paralleli; una tale disposizione denuncia infatti l’intenzione di preordinare i canali statici in modo che questi, nel loro complesso, diano luogo ad una ideale superficie portante contenuta il più possibile all’interno dello spessore della cupola⁵³».

Sin embargo es la aparición del conglomerado, muy difundido en la edad romana⁵⁴, el que permitió a bóvedas y cúpulas explotar su función estructural de acuerdo a su naturaleza de superficie curva. En la Roma antigua, particularmente en la época imperial, el uso del conglomerado es casi total, a discapito de la mampostería, no solo por sus características monolíticas y de continuidad, sino también porque después del incendio del 64 D.C. Neron limitó el uso de materiales inflamables.

El esquema estructural de las cúpulas romanas se basa en un esqueleto rígido de piedras y ladrillos, organizado mediante paralelos y meridianos, sobre el cual se aplica el conglomerado. A su vez se usan numerosos medios para regular el peso total de la estructura: las dimensiones del espesor del casquete disminuyen desde la base, donde los esfuerzos de tensión son máximos, hacia la llave⁵⁵; análogamente el peso específico del hormigón utilizado disminuye desde la base a la llave, y en la cima se agregan materiales ligeros como la piedra pómez o vasos vacíos en arcilla; en las zonas entre los arcos meridianos y paralelos se colocan elementos de madera con la función de aligerarlas; el techo es casetonado; también se puede colocar un hueco de forma circular en llave, para aligerar, como en el Panteón (fig. 29)⁵⁶.

«La grande importanza raggiunta, nell’architettura romana, dagli edifici cupolati a pianta centrale dà un forte impulso alla ricerca di nuove soluzioni espressive e al miglioramento delle tecniche costruttive. Si hanno così cupole su pianta ottagonale o a spicchi, mentre le cupole emisferiche raggiungono dimensioni sempre maggiori in seguito all’applicazione di nuove tecniche⁵⁷».

Si definisce il «modello della volta nervata, che tende a concentrare le spinte in corrispondenza delle nervature; queste, risultando più rigide, consentono di riportare tali azioni su appositi contrafforti, previsti nel muro in corrispondenza delle nervature stesse⁵⁸».

«E’ noto che la crisi dell’impero romano coincide con una crisi tecnologica che, nel campo architettonico, porta alla riscoperta di tecniche costruttive meno complesse [...]. L’architettura bizantina è la prima in ordine di tempo a riallacciarsi agli schemi costruttivi romani, con apporti di tradizioni tecniche ed artistiche proveniente dalla Siria, dall’Armenia, e dall’Egitto. Nell’arte bizantina, a partire dal VI secolo, si impone la cosiddetta struttura a baldacchino (cupola su pianta quadrata o ottagonale, raccordata alle arcate colleganti i sostegni dapprima con pietre angolari e trombe d’angolo, successivamente mediante pennacchi), che permette l’inserimento del tamburo. Tale struttura, che costituisce l’elemento centrale della composizione



Fig. 29 - Interno del Pantheon .

52. Ibid., p. 304.

53. Ibid., p. 306 sg.

54. El “hormigón de los romanos” estaba originado por la combinación química de agua y pozzolana, una mezcla de cal, polvo volcánico y piedritas.

55. En el Pantheon a la base el espesor del casquete es de 7 m; en llave de 60 cm.

56. Enciclopedia dell’Architettura 1996, p. IXL.

57. Ibid., p. 230.

58. PIZZETTI - ZORGNO TRISCIUOGGIO 1980, p. 311.

dell'organismo spesso realizzato a pianta cruciforme, non di rado si giova della collaborazione di cupole secondarie (fig. 30)⁵⁹».

«In queste realizzazioni, la preoccupazione che era stata già sentita dai costruttori romani di ridurre il più possibile il peso proprio complessivo della superficie spaziale curva, realizzata in materiale lapideo naturale o artificiale, conduce all'adozione di singolari accorgimenti [...]. La tecnica costruttiva si rivolge innanzi tutto alle zone delle reni, che risultavano a sezione particolarmente estesa, dal momento che esse erano richiamate ad assorbire le più elevate intensità degli sforzi, e che potevano al tempo stesso essere impegnate in gravose sollecitazioni flessionali a motivo delle connessioni con le strutture di sostegno. Così ci è dato osservare, in epoca ravennate-bizantina (secoli V e VI), la tecnica del rinfiacco delle reni ottenuto con anfore vinarie o con materiale fittile».

«Ma la più singolare applicazione del concetto statico dello "svuotamento" della cupola spessa e della contemporanea creazione di una fascia di conveniente

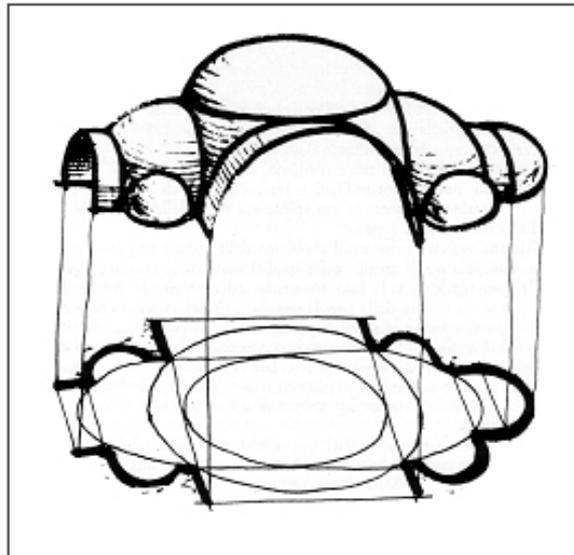


Fig. 30 - Cúpula y semicúpulas.

spessore entro la quale potesse ancor essere contenuta la superficie effettivamente portante, vale a dire la superficie luogo dei canali statici indotti dai carichi applicati, si ha nelle cupole integralmente costruite in tubi fittili (fig. 31)⁶⁰. Questi erano in genere costituiti da elementi cilindrici di terracotta che, vuoti internamente, venivano inseriti l'uno dentro l'altro e disposti ad anelli concentrici sovrapposti⁶¹». Así el peso propio disminuía considerablemente, dando la posibilidad de reducir el espesor de los elementos portantes.

«L'alleggerimento che questa tecnica costruttiva consentiva, nonché le possibilità di "autoaggiustaggio" per piccole rotazioni fra elemento ed elemento, permettevano di prefigurare la cupola "sottile" vera e propria, ossia una cupola a regime statico rigorosamente membranale. [...] Veniva in tal modo promossa l'attenuazione – se non l'annullamento – di eventuali momenti flettenti, ed il primitivo schema statico della cupola "spessa" veniva trasferito a quello proprio della cupola "sottile"».

«Oltre a presentare questo vantaggio statico, la tecnica delle cupole integralmente costruite in tubi fittili consentiva di conseguire un altro importante beneficio: quello di eliminare le centine e le armature di legname durante la costruzione. Il materiale cementante di solito impiegato, calce o meglio gesso (che si rapprende con grande rapidità), permetteva di fissare al suo posto ogni elemento fittile appena sistemato. L'effetto della gravità veniva neutralizzato dall'aderenza della malta del corso sottostante e dalla resistenza della punta cementante entro il fondo dell'elemento precedente, già inserito: l'ultimo tubo di ogni corso, opportunamente forzato, chiudeva l'anello ponendolo definitivamente in lavoro [...]».

«Sul problema della evoluzione tipologica della copertura a cupola, un cenno a parte va riservato all'arte musulmana, che trae dalla cupola motivo fondamentale di composizione architettonica. La corrispondente tipologia, risultato di apporti persiani, bizantini, armeni, non è mai strutturalmente massiccia e compare quasi sempre in una fisionomia resistente fortemente caratterizzata: quella corrispondente ad un complesso di grandi volte incrociate destinate a coprire una o più campate nella moschea⁶²».

Durante la epoca románica la cúpula resuelve el encuentro entre la nave y el transepto. Las cúpulas siguen generalmente el prototipo de bóveda a *padiglione* con base octogonal, con costillas y circunscrita por un *tiburio*. En las iglesias con naves es recurrente el sistema de la bóveda cruzada, combinación de dos o más bóvedas corridas que se interceptan entre sí, muy ventajoso desde el punto de vista estático, porque concentra los empujes sobre pilares aislados.

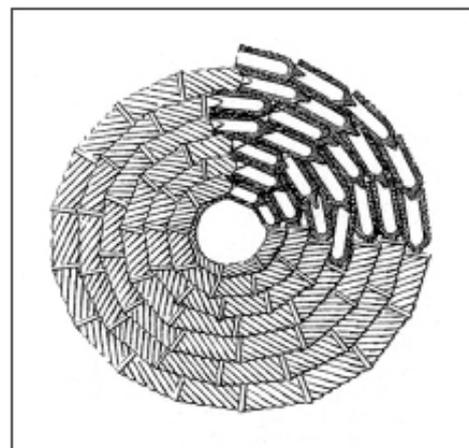


Fig. 31 - Planta de la cubierta interna de S. Vitale en Ravenna.

59. TORROJA 1960, p. 214.

60. PIZZETTI - ZORGNO TRISCIUOGGIO 1980, p. 14.

61. Ibid., pp. 313-315.

62. Ibid., pp. 313-315.

Es en el renacimiento que la cúpula pasa a ser un elemento central en la arquitectura, esto es demostrado por los numerosos estudios realizados sobre el tema, primeramente entre los proyectos realizados por los más ilustres personajes⁶³ para la construcción de la cubierta de la basílica vaticana y los diseños de Leonardo en referencia a la hipotética realización de organismos pluricupulares⁶⁴. La cúpula de San Pietro de Miguel Ángel surge como prototipo de la cúpula Renacentista (fig. 32). Sus características son el perfil hemisférico puro; la presencia de costillas que se achican en llave; el principio del doble casquete, adoptado por razones no solo estructurales, sino que también estáticas: es decir que desde afuera parece portante y en realidad no lo es. La cúpula de Santa Maria del Fiore de Brunelleschi ya presentaba varias de estas características: variaba por el perfil agudo.

«Tale schema si modifica, all'inizio del '500, con l'adozione del profilo ellittico a sesto rialzato, talora su pianta ellittica, per trasformarsi poi sostanzialmente in piena epoca barocca con Borromini. Variazioni di schemi borrominiani e manieristi si possono considerare le cupole di Guarini, ad arconi intrecciati quali elementi portanti⁶⁵».

Sin embargo, el principio recogido de la época Renacentista y que es implementado no solo en la época barroca sino también sucesivamente es el del doble casquete, que se transforma en un principio estructural de vastísima aplicación y del cual se mencionan dos ejemplos notorios. La Iglesia de la Sorbona en Paris, realizada durante la primera mitad del siglo XVII, tiene dos casquetes, los dos en mampostería, el externo sostenido por una travadura reticular espacial en madera. En la catedral de S. Paolo (fig. 33)⁶⁶ en Londres, de C. Wren, edificada en la segunda mitad del siglo XVII, hay tres cúpulas: la interna en mampostería tiene un espesor de 45 cm, aquella intermedia, constituida por un cono de ladrillos de espesor 45cm tiene la función de soportar la linterna y la armadura de madera de la cúpula externa; esta última es de madera recubierta de plomo y todo esta reforzado con hierro a la base de las tres cúpulas.

Entonces queda claro como «volta e cupola rappresentavano, in una tecnologia che disponeva solamente della muratura o al massimo del conglomerato cementizio come materiale resistente modellabile spazialmente, le uniche forme nelle quali poteva materializzarsi la superficie curva dello spazio».

«Si potrebbero a questo punto citare – sia pure come eccezioni che confermano le regole – costruzioni della fine del secolo scorso in opera muraria a mattoni nelle quali la mirabile capacità di tessitura di artigiani assunti al livello di artisti ha permesso la descrizione di superfici curve che sensibilmente si discostano dalle classiche cupole e volte, anche se ne conservano il riferimento tipologico. Ma si tratta pur sempre di strutture che, pur offrendo caratteri formali e geometrici di curvatura multipla, non possono essere classificate come strutture resistenti per forma, né tanto meno come strutture a guscio».

«Per tali strutture in effetti il momento storico di valorizzazione e di fervida spinta inventiva può giungere soltanto con l'avvento di nuovi materiali e con l'affinamento dell'arma di indagine analitica⁶⁷».



Fig. 32 - S. Pietro: el prototipo de la cúpula Renacentista.

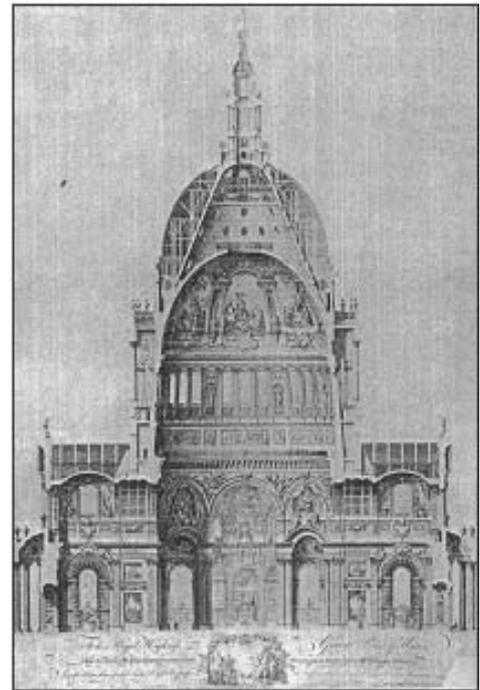


Fig. 33 - El triple casquete de la Catedral de S. Paulo en Londres.

63. Bramante, Antonio da Sangallo il Giovane, Miguel Ángel.

64. Que quedaron sobre papel.

65. PIZZETTI - ZORGNO TRISCIUOGGIO 1980, p. 319.

66. *Ibid.*, p. 320.

67. *Ibid.*, p. 319.

1.2.2. Después del descubrimiento de los nuevos materiales.

«Dalle possibilità formali e resistive del ferro, dell'acciaio e del calcestruzzo si sviluppa, attorno al concetto statico ormai materializzato di superficie laminare curva, tutta una interessantissima serie di esperienze, che costituiscono, per molti aspetti, il più importante campo di studio delle forme strutturali. Si assiste in tal modo ad un processo di evoluzione e di innovazione, che, nel settore specifico, acquista caratteri particolarmente espressivi in termini di progettazione strutturale».

«Da un lato il repertorio tecnologico di materiali dotati di elevate caratteristiche resistenti in trazione ed in compressione consente di svincolare la direttrice dei tipi strutturali della cupola e della volta dai principi deterministico-formali e dagli accorgimenti costruttivi che ne hanno sino a questo momento dettato le configurazioni geometriche in dipendenza di materiali resistenti esclusivamente in compressione. Dall'altro l'affermarsi e l'evolversi della geometria differenziale permette all'inventiva strutturale di orientarsi verso forme affatto nuove, che nascono a volte come puro invento razionale legato ad una possibilità di investigazione analitica, a volte come elaborazione progettuale – e quindi non priva dell'apporto dell'immaginazione – delle infinite combinazioni di forme che vengono offerte dalle traslazioni e dalle rotazioni spaziali mutue di linee e di curve [...]».

«Certamente i più fecondi impulsi al rinnovamento dell'interpretazione progettuale della superficie laminare curva provengono, all'inizio del secolo scorso, dall'affermarsi del concetto e della tipologia delle strutture reticolari, e sono successivamente ripresi, arricchiti ed orientati verso una varietà di forme insospettata – a partire dagli anni 20 del nostro secolo – grazie alla riscoperta delle possibilità di espressione spaziale della lamina curva in cemento armato. E come è facile immaginare, i campi iniziali – e fondamentali – di specifico sviluppo sono ancora quelli delle strutture a cupola e delle coperture a volta».

«Così J. M. Schwedler propone la cupola reticolare⁶⁸, definendo gli accorgimenti necessari per estendere nello spazio quell'invento squisitamente razionale che era stata – nel piano – la trave reticolare. Lo sforzo di descrizione di una superficie curva nello spazio mediante l'accostamento di triangoli o poligoni piani – che ha sostanzialmente preso le mosse dall'idea di Schwedler – era destinato ad aprire un filone estremamente fecondo per la creazione di involucri comunque curvi spazialmente e costituiti da combinazioni – talvolta ricorrenti e talaltra discontinue – di aste metalliche rettilinee».

«Per quanto attiene al settore tecnologico del calcestruzzo armato, osserviamo come l'esatto inserimento nel mondo delle strutture della "copertura sottile", così come la calibrata definizione del regime statico membranale, siano da ascrivere tanto alla creatività del mondo progettuale quanto agli apporti offerti dal settore delle costruzioni e delle tecniche di realizzazione». Nel mondo progettuale diversi sono i nomi degni di essere ricordati, ma appare doveroso menzionare – come punti di riferimento di fondamentale importanza – quelli di Robert Maillart, di Eduardo Torroja e di Pier Luigi Nervi. Alle folgoranti intuizioni ed alle stupende proposte di Maillart si deve la presa di coscienza, da parte del mondo progettuale, delle possibilità di servizio strutturale della lamina sottile – piana o curva – armata nelle due direzioni. Di Eduardo Torroja, indimenticabile maestro di creatività progettuale, sorretto da squisita cultura umanistica, da raffinata sensibilità e da eccezionale dominio dell'arma analitica, sono numerose le strutture spaziali. Tra queste vogliamo ricordare quella che a ragione è ritenuta un fondamentale punto di riferimento nella storia dell'Architettura, per le valenze liriche di sobrietà e di essenzialità che essa ha offerto al mondo progettuale: il Frontón Recoletos, costruito a Madrid nel 1935 (fig. 34)⁶⁹ e sfortunatamente distrutto a seguito di bombardamenti nel corso della guerra civile spagnola. La copertura, nonostante l'asimmetria del profilo, risultante dall'unione di due volte cilindriche parallele di luce diversa per ragioni funzionali di illuminazione e di distribuzione degli spazi, e nonostante i 55 metri di luce, poté essere costruita su uno spessore di 8 centimetri senza travi né anelli di rinforzo. [...] Pier Luigi Nervi, maestro del cemento armato, personalità di classe progettuale altissima, nella quale si fondevano ed armonizzavano le impazienze e la prefigurazione dei grandi pionieri e le possibilità di espressione offerte dall'evolversi delle scuole più avanzate, trovò una via personalissima per realizzare strutture spaziali che

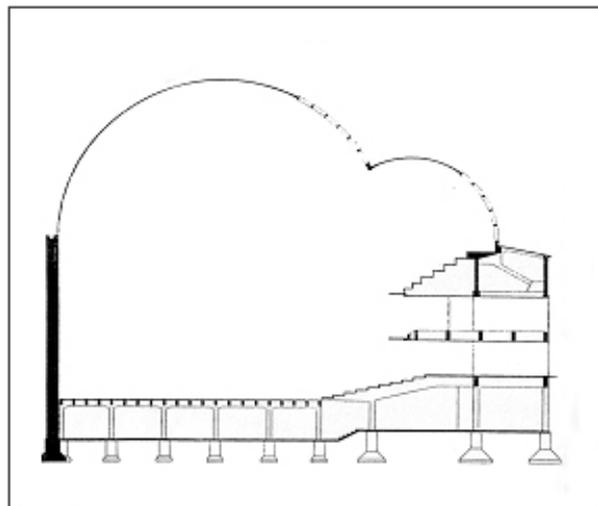


Fig. 34 - Sección vertical del Frontón Recoletos en Madrid.

68. O cúpula geodética; este tipo de cúpula consente de cubrir superficies enormes. N.d.A.

69. PIZZETTI - ZORGNO TRISCIUOLIO 1980, p. 326.

costituiranno sempre punto di riferimento per il mondo della progettazione strutturale. Le sue coperture a volta ed a superficie di rivoluzione, anche se non strettamente catalogabili dal punto di vista anagrafico come “strutture sottili”, rappresentano tuttavia esempi in cui leggerezza, sapiente uso della prefabbricazione ed acuto intuito della economia tensionale offerta dalle forme spaziali, sono fusi in espressioni architettoniche d’eccezione».

«Nel settore costruttivo un cenno di merito va riservato alla impresa di costruzioni tedesca Dyckeroff & Widmann⁷⁰ ed alla sua équipe di studiosi e di tecnici. [...] Da una richiesta formulata alla Dywidag dalla ditta Zeiss di Jena – che aveva bisogno di una cupola leggerissima da adibire a schermo planetario – nacque la fruttuosa collaborazione progettuale fra l’ing. Walter Bauersfeld della Zeiss e l’ing. Franz Dischinger della Dywidag, che doveva portare alla realizzazione delle prime cupole sottili (rapporto spessore/luce dell’ordine 1/500) e, successivamente, alla individuazione precisa – sul piano scientifico, progettuale e costruttivo – della “volta sottile” in generale. Può essere interessante ricordare che l’esatta percezione delle possibilità strutturali della forma sottile curva nello spazio si ebbe – da parte degli inventori – al constatare la straordinaria stabilità di forma del leggerissimo reticolo metallico (9 kg/m² di superficie di cupola) che costituiva lo scheletro iniziale della cupola di diametro di 16 m. richiesta dalla Zeiss (fig. 35)⁷¹, reticolo destinato poi ad essere conglobato ed ulteriormente irrigidito in un getto di calcestruzzo di ridottissimo spessore (6 cm). Di lì la sensibilizzazione alla possibilità pressoché uniche offerte dal calcestruzzo armato per la realizzazione delle lamine curve nello spazio, in quanto materiale capace di permettere infinite possibilità di modellazione e di garantire al tempo stesso stabilità di forma ad un reticolo di armature metalliche già capace di un servizio statico per forma e tessitura. Nel giro di pochi anni la Dywidag realizzò varie cupole sottili di medio e grande diametro (fino a 70 m. circa) con spessori ridottissimi (8/12 cm.); quindi, nel logico intento di ampliare il campo delle applicazioni verso forme di copertura più fruibili delle cupole, diede vita a tutta la grande serie delle volte sottili cilindriche, a direttrice circolare, parabolica ed ellittica, in una gamma di tipologie intelligentemente scelte per servire le esigenze delle coperture industriali [...]».



Fig. 35 - Esqueleto inicial de la cúpula realizada por Dywidag para la Zeiss.

«Grazie a realizzazioni di questo tipo – già proposte al mondo strutturale, nei primi esemplari, intorno agli anni '30 – l’interesse dei progettisti nei riguardi delle strutture resistenti per forma si risveglia vivissimo: gli studi si moltiplicano e logicamente – ci si rivolge alla problematica resistente della lamina comunque curva nello spazio: galvanizzato dalle immense possibilità delle strutture resistenti per forma, il mondo progettuale si slancia alla ricerca di nuove “forme” [...]. Ha inizio così – e si sviluppa dagli anni quaranta ai giorni nostri – quella che abbiamo definito come la crisi di identificazione e di validità architettonica delle strutture a guscio. Da un lato un’imponente massa di studi teorici sulle lamine curve, dall’altro un complesso di realizzazioni pratiche che scarsamente rispondono alle attese del mondo progettuale, evidenziando un divario impressionante fra gli sforzi di progettazione ed i costi di costruzione da un lato, ed il prodotto architettonico dall’altro. Di qui le delusioni del mondo progettuale, l’abbandono temporaneo della ricerca e delle realizzazioni, il ritorno ad attaccare il problema per nuove vie⁷²».

1.2.3. Un caso particular: Antoni Gaudi y Cornet.

En conclusión se quiere citar el trabajo de un arquitecto catalán de la grande fantasía, Antonio Gaudi y Cornet, que mas allá de utilizar materiales pétreos tradicionales, se dedico a la realización de obras con formas valientes, a ser concretadas con la ayuda de las nuevas técnicas y de los nuevos materiales. «Ispirato da una viva ammirazione per il lavoro artigianale e per l’onestà dell’arte medioevale, costantemente vicino alla natura come fonte preziosa di ispirazione non solo per quanto attiene i fatti decorativi ma anche e soprattutto per le forme strutturali, Gaudi fu al tempo stesso profondamente influenzato dalla logica meccanicistica presente nell’architettura gotica di Viollet-le-Duc».

70. También dicha Dywidag, N.d.A.

71. PIZZETTI - ZORGNO TRISCIUOGGIO 1980, p. 331.

72. Ibid., pp. 319-334.

«La sua personalità è resa ancora più complessa dal crescente assorbimento nella religione, che lo condusse ad abbandonare, nel pieno della sua carriera, tutte le commissioni di carattere civile per dedicarsi interamente al completamento della grande nuova chiesa di Barcellona, il tempio della “Sagrada Família”, del quale egli era stato architetto per i primi trenta anni. Per Gaudì l’Architettura aveva un alone di sacro: l’architetto doveva essere l’umile strumento della potenza divina, ed egli considerava ogni forma da lui usata come carica di mistico simbolismo. Gaudì in effetti giudicava la sua professione come una missione apostolica. Perfino le forme strutturali avevano per lui un significato iconografico, come dimostra il fatto che egli paragona la superficie geometrica preferita – il paraboloide iperbolico – alla Santa Trinità. Parlando ad un gruppo di studenti di ingegneria nella chiesa della Sacra Famiglia nel 1925, egli ricordò che il paraboloide iperbolico è generato da una retta che si muove su due altre rette, e disse che le due ultime rappresentano il Padre e il Figlio, mentre la linea in movimento è lo Spirito Santo che stabilisce il legame tra il Padre e il Figlio».

«La varietà e l’espressività delle forme di Gaudì sono il risultato di insoliti mezzi strutturali insieme ad un fantasioso impiego di materiali e ad un senso unitario della decorazione. Fedele all’uso della pietra, legno e ferro forgiato, Gaudì promuove nella sua opera una continua ricerca strutturale rivolta all’utilizzo dei materiali – specie quelli lapidei – al limite delle loro prestazioni, in forme chiaramente ispirate a concetti di funicularità piana e spaziale».

Soprattutto la figurazione della superficie laminare curva è il tema ricorrente della sua ricerca di economia e di efficienza strutturale, accompagnata alla perfetta conoscenza della tecnica catalana delle volte a mattonelle, secondo la quale le mattonelle sono poste l’una contro l’altra e le volte sono rafforzate da murature o da archi diaframmati. Tutta la plastica strutturale delle forme di copertura ricorrenti nell’opera di Gaudì si basa sul sistema utilizzato per la cappella della Colonia Güell a S. Coloma de Cervellò, presso Barcellona (1898-1915). Per questo progetto Gaudì preparò un modello di funi che riproduceva lo schema portante del sistema voltato; alle funi vennero collocati dei pesi proporzionali ai carichi che avrebbero dovuto essere sopportati in ogni nodo; i poligoni d’equilibrio che così si venivano a formare costituivano, ribaltati, la traccia secondo la quale disporre il materiale nelle sezioni principali della copertura. L’utilizzo dei sostegni inclinati completa questo rigoroso rispetto mostrato dalla costruzione per un equilibrio squisitamente naturale, e consente – tra l’altro – di eliminare i contrafforti e gli archi rampanti».

«Su questo schema Gaudì progettò le navate della “Sagrada Família”, suo capolavoro strutturale, nella quale la copertura e le pareti sono realizzate da sottili superfici laminari ondulate in laterizio. In effetti questa soluzione corrisponde all’ultimo progetto, sviluppato da Gaudì negli ultimi dieci anni della sua vita, e rappresenta una importante maturazione dell’impostazione originale, ispirata alla meccanica strutturale delle cattedrali gotiche. Appartiene a questo periodo il frequente ricorso alle forme dell’iperboloide e del paraboloide, per le quali Gaudì sviluppa un sistema quasi universale di applicazione. Si deve tuttavia osservare che la fonte d’ispirazione di queste forme non è mai stata per Gaudì puramente geometrica; in effetti tali forme manifestano sempre una stretta affinità con forme naturali, quali conchiglie, ossa, ali, petali, caverne, stelle, nuvole».

«E’ comunque costantemente evidenziato, nelle opere di Gaudì, un inconscio desiderio di dare vita a strutture resistenti per forma, anche se la tecnologia ed i materiali con i quali egli operava portavano fatalmente ad un ibridismo fisionomico di regime statico che veniva a proporsi come un compromesso, non sempre equilibrato, tra quegli estremi di “regime membranale” e “regime flessionale” che nel frattempo la Scienza delle costruzioni veniva ad attribuire alle superfici portanti curvate nello spazio⁷³».

2. La cúpula en mampostería.

2.1. El material.

La mampostería esta compuesta por elementos tridimensionales de ladrillo o pétreos⁷⁴, unidos entre sí por algún ligante.

La piedra es un material natural obtenido de las rocas: parte de estas rocas son retiradas de las minas y escuadradas, de manera ordinaria y exacta, para permitir su aplicación en el campo edilicio/constructivo. Caso contrario, el ladrillo es un material artificial: forma parte de los productos cerámicos, que derivan de la mezcla de arcilla y agua, secado al sol y cocinado, modelado para formar los ladrillos⁷⁵.

En cuanto al mortero, cualquier tipo puede ser utilizado en la construcción de la mampostería, a condición de que sus características de resistencia mecánica, trabajo e hidráulica sean adecuadas a las

73. *Ibid.*, pp. 334-340.

74. La mampostería puede también estar compuesta por elementos de barro secado al sol, o sea adobe, ensamblado seco o con un mortero débil.

75. Hoy en día los ladrillos pueden ser llenos o vacíos; en este estudio serán considerados solo ladrillos llenos, generalmente utilizados en la construcción de bóvedas y cúpulas históricas.

particulares situaciones en las cuales deben ser aplicadas. En el pasado era muy común utilizar morteros de cal aérea, obtenida de una cal que reacciona en presencia del aire: en particular en las bóvedas se usaba el llamado mortero fuerte, compuesto por tres partes de arena y de una parte de cal *magra*⁷⁶.

Cuando no hay ligante que mantenga unidos los diferentes elementos se dice que la mampostería está construida en seco. Si se utilizan elementos iguales entre ellos⁷⁷, la mampostería es considerada homogénea, mientras que no lo es cuando los elementos sean diferentes. Los muros pueden tener diferentes bosquejos: es decir que los pedazos que los componen pueden estar encastrados según geometrías diferentes⁷⁸. El empleo de alguna de estas técnicas depende de la época y del lugar de construcción.

La propiedad mecánica de la mampostería varía en función de las características ya mencionadas (sobre todo de los materiales utilizados): una mampostería homogénea es en general más resistente que una no homogénea, al igual que la mampostería realizada utilizando un ligante son más resistentes que una realizada en seco⁷⁹. No obstante, es necesario describir un comportamiento general unívoco del material *mampostería*, que deriva de la superposición de las características de los dos componentes (el material pétreo o de ladrillo y mortero). Tal material presenta un comportamiento *anisótropo*, es decir que sus propiedades mecánicas no son idénticas en todas las direcciones (y no lineal), es decir que σ/ϵ está regulado por una ley *no lineal*.

Si se estudia la ley constitutiva que regula tal comportamiento σ/ϵ (fig. 36)⁸⁰, hipotetizando nada, según los criterios establecidos por la norma, la resistencia a tracción de la mampostería⁸¹ o sea valores de σ siempre positivos:

- para valores bajos de ϵ la función es lineal;
- hasta un valor pico de σ la función es no lineal creciente;
- después de tal valor máximo, la función es no lineal decreciente (se tiene un llamado ramo de *softening*).

Esta función describe el comportamiento a compresión uniaxial de la mampostería. En el caso de que también se presente compresión transversal (en la dirección perpendicular) varía el valor de la resistencia característica (o sea esa resistencia bajo la cual se encuentra el 5% de la población de todas las medidas de resistencia, tomadas sobre pruebas): un aumento de la compresión transversal significa un aumento paralelo del valor de la resistencia característica a compresión.

Para ejemplificar se presentan algunos valores orientativos de resistencia a compresión uniaxial en algunos muros históricos⁸²:

- | | |
|---|---------------------------|
| ● Mampostería de ladrillos macizos unidos con mortero común | 0.5-1 N/mm ² |
| ● Mampostería de ladrillos macizos con mortero de cemento | 1-1.5 N/mm ² |
| ● Mampostería de piedra no trabajada puesta en la obra de manera irregular: | |
| - en seco | 0.1 N/mm ² |
| - unida con mortero común, en malas condiciones | 0.3-0.5 N/mm ² |
| - unida con mortero de cemento | 0.5-1 N/mm ² |
| ● Mampostería de piedras ordinariamente escuadradas y bien organizadas | 2 N/mm ² |
| ● Mampostería en piedra trabajada: | |
| - de calcar compacto | 1.5-2 N/mm ² |
| - de granito | 3-5 N/mm ² |
| - en bloques de toba de buena calidad | 0.6-1.5 N/mm ² |

En cuanto al comportamiento de muros expuesto a esfuerzos de corte, el valor de la resistencia característica es función de la compresión agente y de la modalidad constructiva y proyectual vistas anteriormente, entre los que se incluyen las condiciones de roce entre el mortero y los ladrillos y la intensidad de la carga axial.

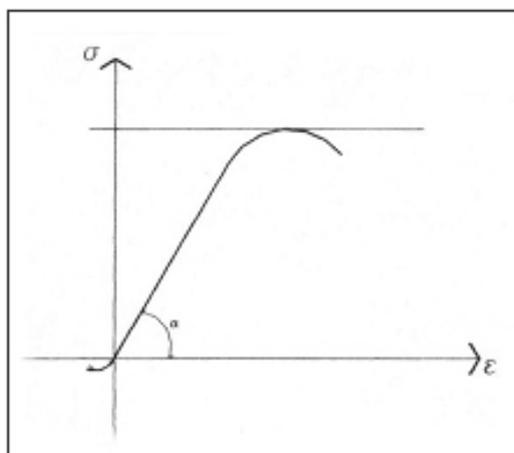


Fig. 36 - La ley constitutiva σ/ϵ en la mampostería.

76. Hoy los morteros de cal aérea han sido sustituido por mezclas con mejores características, como los morteros hidráulicos y los morteros compuestos con cemento.

77. Considerando obviamente que son producidos artesanalmente.

78. Para profundizar v. *Enciclopedia dell'architettura* 1996, pp. 595-597.

79. Para profundizar v. IENTILE 2001.

80. IENTILE 2001, p. 42.

81. En realidad ese valor supera lo 0, pero como es muy chico es permitido compararlo a 0.

82. Tomados en *Norme tecniche per la progettazione e collaudo degli edifici in muratura e per il loro consolidamento* 1987.

Es importante recordar que la resistencia del muro tiende a modificarse con el tiempo. El material está sujeto a procesos de envejecimiento ligados a la edad de las construcciones, a las situaciones de degradado y desajuste.

2.2. Los elementos.

En una cúpula están generalmente presentes, además de la bóveda, que es el elemento que le da forma, otros elementos, que cumplen una función estructural o constructiva extremadamente importante. Desde abajo hacia arriba se encuentra: el tambor, los penachos, las nervaduras, y la linterna, que a continuación serán descritas. Ninguno de estos elementos es necesariamente presente, pero en las cúpulas monumentales es común que se presenten en combinaciones diferentes, según el periodo histórico en el que fueron construidas.

2.2.1. El tambor.

«Per analogia con la forma dello strumento musicale a percussione, il termine tamburo in architettura è usato per designare l'organismo a pianta circolare o poligonale che costituisce l'elemento di raccordo tra la cupola e l'edificio che la cupola stessa conchiude⁸³».

El tambor (fig. 39) se usa desde épocas posteriores al 1000 y tiene una doble función: estructural y estética. De hecho tiene los empujes horizontales de los meridianos en el interior de su espesor, sobre todo si este es grande, verticalizándolo con el peso propio⁸⁴. La función estética es interior y exterior: exteriormente el tambor lanza la cúpula en altura, permitiéndole resaltar en el entorno, internamente, en cambio constituye un medio para proporcionar el espacio y se pueden abrir aquellas aberturas que la bóveda no permite para hacer que entre luz solar al interior del edificio.

2.2.2. Las crestas.

Las crestas son un invento bizantino que caracteriza el acuerdo entre la estructura que mantiene la bóveda (cuadrada o poligonal) y la bóveda misma (circular o poligonal con un número de lados superior a aquellos de la estructura de la base). Esto puede realizarse de varias maneras: con el sistema del falso penacho, es decir por medio de un sistema de arcos, mediante la porción de una semiesfera, o mejor dicho la porción de una bóveda plantada sobre una base cuadrada inscrita en el círculo de la base de semiesfera, en tal caso se obtienen los llamados penachos esféricos (fig. 38)⁸⁵. Como en el tambor las crestas pueden tener oculos para la iluminación.

2.2.3. El casquete.

El casquete es el elemento que caracteriza la cúpula, dándole la forma. La superficie interna del casquete se llama intrados, mientras que la externa se denomina extrados. La parte interna puede ser pintada a fresco como es el caso de S. Maria del Fiore en donde se puede admirar el "Juicio universal" del Vasari, o con revoque blanco como generalmente se encuentra en las cúpulas toscanas del Renacimiento, o también dejada a cara lavada, es decir con los ladrillos a la vista.

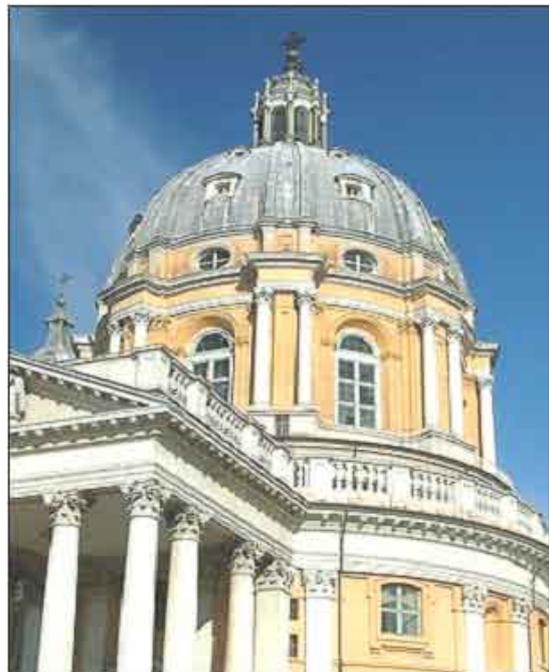


Fig. 37 - El imponente tambor de la Basilica de Superga, Torino.



Fig. 38 - Las crestas de la Cappella Pazzi en S. Croce en Firenze.

83. Enciclopedia dell'Architettura 1996, p. 846 sg.

84. V. par. 3.2.2.2.a.

85. DE FUSCO 1984, p. 50.

La bóveda puede tener base circular o poligonal. Una bóveda de base poligonal es constituida de varios sectores o pedazos de cúpula y se la llama cúpula a *pabellón*⁸⁶, constituida por n bóvedas a tonel (con n pares a la mitad del número de lados) atravesadas: un ejemplo puede ser la ya citada Catedral Florentina, cuya base esta constituida por un octógono. El problema de la cúpula poligonal es que los ángulos, donde la superficie no es continua pero sufre de las bruscas rotaciones, la concentración de los esfuerzos es muy elevada, razón por la cual en el caso de la cúpula poligonal se recurre siempre al refuerzo efectuado por medio de nervaduras⁸⁷.

La cúpula puede ser a bóveda simple o doble. En el caso de que la cúpula sea de doble bóveda (fig. 39)⁸⁸ las dos cáscaras colaboran estructuralmente: la interna, que tiene un espesor superior respecto a aquella externa, colabora en parte a sostener a esta última, la cual al mismo tiempo protege aquella interna de los cambios atmosféricos y de los agentes externos. En S. Maria del Fiore por ejemplo, donde fue usado el medio de la doble superficie, la cáscara interna tiene un espesor comprendido entre 60 cm en la base y 30 cm hacia la cima: 24 espuelas radiales colocadas entre las dos bóvedas permiten la interacción.

El material del casquete puede variar en función de la latitud para obtener un efecto de aligeramiento. Las cáscaras de Santa Maria de Fiore son de piedra en los primeros 14 m, después de ladrillos notoriamente más ligeros.

La técnica constructiva de la cúpula tiende a facilitar una correcta transmisión de los esfuerzos. Una de las más notorias texturas murarias utilizadas es aquella llamada *spina di pesce*: los anillos circulares de ladrillos son interrumpidos regularmente por ladrillos más largos, dispuestos verticalmente de manera tal que puedan pasar a través de mas anillos, que salen diagonalmente hacia la cima de la cúpula; estos elementos verticales funcionan como morsas, ya que unen la nueva capa a aquellas inferiores, generando una presión de ambas partes que ayuda a los ladrillos horizontales a permanecer en su lugar. Este permite transferir las cargas del casquete a las nervaduras en el caso de que estos estén presentes. Otra gran ventaja de esta técnica es que permite atenuar la tendencia de la cúpula a derrumbarse hacia el interior hasta que los anillos no sean cerrados, permitiendo la eliminación de la mayor parte de la cimbra. Se introduce así el principio de autoportancia, a través de la cual se realiza gradualmente la estabilidad estructural: el asentamiento es continuo según la evolución de la obra. El sistema de *spina di pesce* era ya utilizado por los romanos (*opus spicatum*), pero exclusivamente como elemento decorativo de pisos, mientras que como función estructural se lo encuentra solo en las bóvedas persas o bizantinas. Se la utiliza fuertemente en Toscana en los siglos XV y XVI, cuando la técnica autoportante de una cúpula resulta irrenunciable y es una herencia de Brunelleschi, que lo utiliza en la cúpula de Santa Maria del Fiore.

En el caso de que no exista linterna, la cúpula puede ser dotada de un óculo para iluminar, como sucede en el Pantheon; tales óculos a su vez pueden ser parcialmente cubiertos, por ejemplo, con láminas de bronce como en la Sacrestia Vecchia en Florencia, para mantener la sombra.

2.2.4. Las costillas.

Las costillas (fig. 40), también llamadas nervaduras, son semi-arcos que siguen el perfil de la cúpula. Construidas en piedra o ladrillos llenos y tendenciosamente rastrillados hacia la cima, refuerzan la cúpula, redimensionando su rol estático: como un esqueleto estructural tienden a llevar el peso, descargándolo al terreno a través de las estructuras inferiores. En las cúpulas poligonales, donde la aplicación de las nervaduras es efectivamente más común, también cumplen la función de absorber las tensiones en los ángulos de encuentro entre una y otra superficie; de hecho estas zonas están sujetas, como es notorio, a una elevada concentración de esfuerzos.

86. Aunque fuera más apropiado llamarla *bóveda* a *pabellón*.

87. V. par. 2.2.4.

88. IPPOLITO 1997, p. 106.

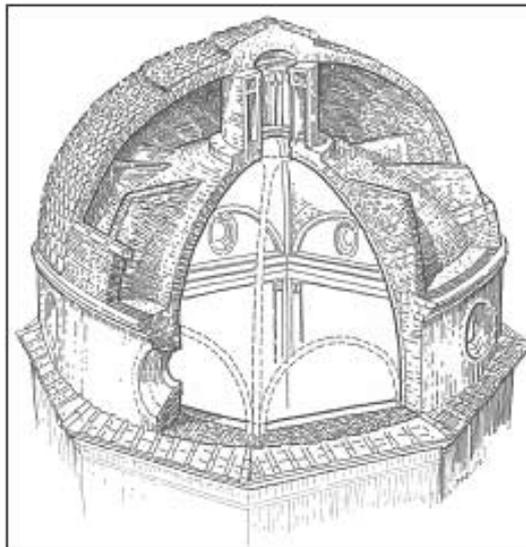


Fig. 39 - Doble cáscara con espuelas radiales de la Sagrestia de S. Spirito en Firenze. Dibujo de Lamberto Ippolito.



Fig. 40 - Las blancas costillas de S. Maria del Fiore.

Desde el punto de vista constructivo, a causa de sus función portante, son estáticamente independientes; es necesario levantar primero las nervaduras y sucesivamente el casquete que completa el perfil de la cúpula.

Desde el momento en que la cúpula nervada muestra al exterior su razón estructural permite también al inexperto de entender el principio según el cual se sostiene, cosa que puede resultar misteriosa en el caso de cúpula simple. En unos casos las costillas constituyen una guía a la percepción del espacio, razón por la cual, sobre todo en el Renacimiento, las nervaduras se creaban también en el interior, en relieve o simplemente diseñadas en frisos, sin ninguna función estructural.

2.2.5. La linterna.

La linterna es el elemento terminal de la cúpula y puede tener planta circular o poligonal. Su función es sobre todo estructural: anula la tendencia del casquete a abrirse hacia el exterior, imponiendo con su peso una carga vertical, y actúa como el elemento en llave para las bovedas a tonel que constituyen las superficies de las cúpulas poligonales, comparables con arcos que tienen profundidad. En segundo lugar, la linterna consiente el ingreso de la luz natural a través de las aberturas laterales, y es esta función de iluminación la que justifica su nombre. Las aberturas aseguran además una buena ventilación en el caso de no colocarles vidrio, dejándolas abiertas.

La función de la linterna es también puramente ornamental; según A.C. Quatremère de Quincy, de hecho, esa «è un piccolo edificio per lo più rotondo, situato alla sommità di un grande edificio della medesima forma⁸⁹». Si se examina por ejemplo la linterna octogonal de la ya citada cúpula de la Catedral de S. Maria del Fiore (fig. 41)⁹⁰, es claro como se encontrara frente a una obra de arte estética: su diámetro es de alrededor de 6 m, (por eso es aplicable la definición de “pequeño edificio” de Quatremere de Quincy), y se apoya sobre una plataforma de mármol sostenida de la última cadena en piedra arenaria; alineados a las ocho costillas hay ocho contrafuertes, vacíos para aligerar el peso, sostenidos por columnas de 9 m sobrepasadas por capiteles corintios; entre las columnas se insertan ventanas de la misma altura; finalmente termina con otra cúpula sobrepasada por una aguja alta de 7 m, que culmina con una esfera y una cruz.



Fig. 41 - La linterna de S. Maria del Fiore.

La función de la linterna es también puramente ornamental; según A.C. Quatremère de Quincy, de hecho, esa «è un piccolo edificio per lo più rotondo, situato alla sommità di un grande edificio della medesima forma⁸⁹». Si se examina por ejemplo la linterna octogonal de la ya citada cúpula de la Catedral de S. Maria del Fiore (fig. 41)⁹⁰, es claro como se encontrara frente a una obra de arte estética: su diámetro es de alrededor de 6 m, (por eso es aplicable la definición de “pequeño edificio” de Quatremere de Quincy), y se apoya sobre una plataforma de mármol sostenida de la última cadena en piedra arenaria; alineados a las ocho costillas hay ocho contrafuertes, vacíos para aligerar el peso, sostenidos por columnas de 9 m sobrepasadas por capiteles corintios; entre las columnas se insertan ventanas de la misma altura; finalmente termina con otra cúpula sobrepasada por una aguja alta de 7 m, que culmina con una esfera y una cruz.

3. La transmisión de los esfuerzos a la mampostería.

En la Parte II se estudio la transmisión de los esfuerzos en una lamina de revolución de material no especificado; ahora, en cambio, la cúpula esta caracterizada por estar construida en un material preciso, osea mampostería. Se analiza entonces como el modelo de transmisión de los esfuerzos individualizados influya en al mampostería y porqué. El problema fundamental es que, al contrario de otros materiales como el acero o el hormigón armado, no existe un método cierto de análisis estructural de la mampostería, desde el momento que se trata de un material no homogéneo (compuesto de dos elementos diferentes no definidos y combinables entre ellos en modo variado) y no isótropo. Busquemos entonces interpretar el comportamiento estático de una cúpula en mampostería⁹¹.

Se habia dicho⁹² que en una superficie de revolución, para verificar la ausencia de flexión, no es necesario determinar que por lo menos una de las infinitas curvas de las tensiones pase por su interior: curvas de tensiones externas de hecho son síntomas de solicitaciones axiales, que pueden ser de ambos signos. El problema es que la mampostería es un material cuya resistencia a la tracción es hipotéticamente nula. Por eso el razonamiento cae y se instala nuevamente la necesidad de que por lo menos se encuentre una curva de las tensiones interna al perfil cupular. Es importante comprender como se diferencian arco y cúpula en este aspecto: en el primer caso la necesidad es motivada de la imposibilidad de contrastar el surgimiento de la flexión, en el segundo de la tracción.

89. *Enciclopedia dell' Architettura* 1996, p. 461.

90. DE FUSCO 1984, p. 30

91. En el caso de cúpulas con doble casquete se puede imaginar contenida entre las dos cáscaras una cúpula sutil con planta circular; en el análisis tensional se tiene que utilizar esta cúpula imaginaria como una posible superficie de los esfuerzos para la estructura real.

92. Parte I, par. 2.2.

Si la curva de las tensiones esta contenida genéricamente en la sección de la cupula, se puede estar seguro de que tal sección sea íntegramente comprimida? El problema, obviamente reconducido al arco, ha sido afrontado mucho en la historia antes de llegar a una solución. El primero en ocuparse del tema al comienzo de 1700 fue Philippe de la Hire⁹³, un matemático y astrónomo francés. El afirma que la curva de las tensiones tiene que resultar centrada en la cara de la piedra y normal al plano de esta cara. En la segunda mitad del 1700 Charles Coulumb corrige lo anteriormente afirmado por De la Hire, en referencia a la inclinación de la curva de las tensiones: después de haber repetido que esta tiene que resultar interna al arco, atenúa la condición de perpendicularidad afirmando que es suficiente que esta caiga con mayor pendiente respecto a la perpendicular. Pocos años después Lorenzo Mascheroni confirmara lo sostenido por Coulumb, extendiéndolo al caso de las cúpulas en mampostería (fig. 42)⁹⁴.

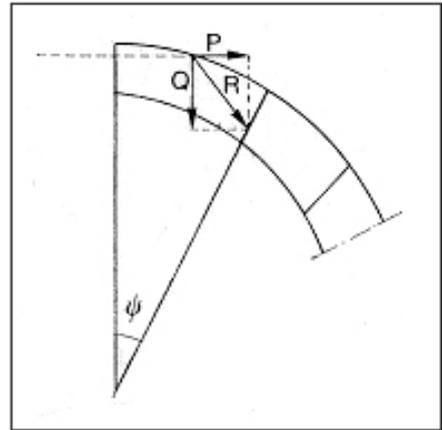


Fig. 42 - $Q/P > \tan \psi$.

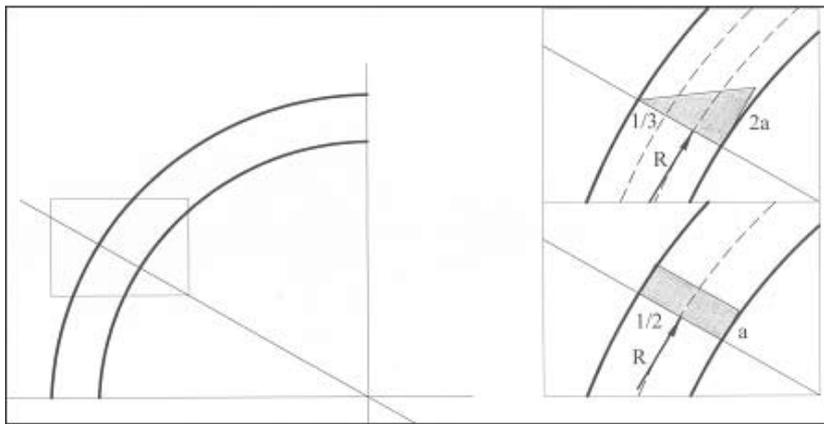


Fig. 43 - En el diagrama triangular la tensión máxima es doble que en el diagrama uniforme.

negativo (de compresión), aunque no necesariamente uniforme. En la peor situación tal diagrama será triangular porque el valor límite de las tensiones $s = 0$ es el último valor tolerable antes de que aparezcan valores positivos de tracción; la tensión máxima en el caso de diagrama triangular será claramente doble respecto a un diagrama de distribución uniforme y la resultante caerá en un tercio de la base del triángulo mencionado (fig. 43). En 1840 E. Mery plantea el pasaje obligado de la resultante por el tercio medio inferior a los riñones y por el tercio medio superior en llave, quedando así siempre comprendida al interior del tercio medio y respetando el criterio de inclinación de Coulumb y Mascheroni⁹⁵.

La condición fijada por Mery conciente de determinar la dirección de la reacción planteada y de individualizar entre las curvas de tensiones aquella que da el mínimo empujón manteniendo las secciones exclusivamente en compresión. Aquí en seguida hay un ejemplo de tal construcción (fig.44)⁹⁶, que es dicha "de Navier-Mery" por los nombres de su inventores, realizable a través de la individualización de la resultante del paso vertical, la dirección del esfuerzo en llave y el punto de aplicación de tal esfuerzo en la sección mediana:

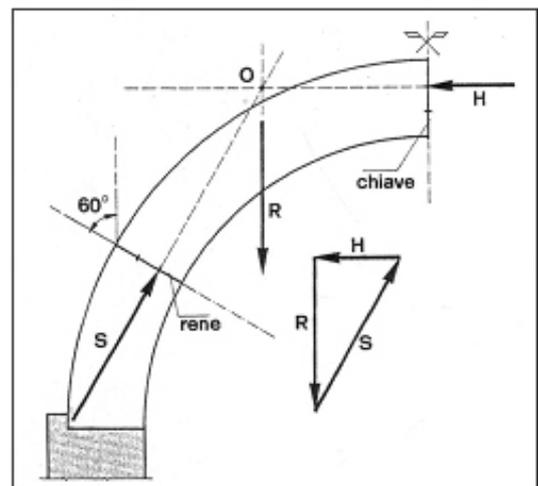


Fig. 44 - La construcción de Navier-Mery.

93. Escribió sobre arcos y bóvedas un texto titulado *Traité de Mécanique*, publicado en el 1830 en las Actas de la Académie de Sciences, y una memoria titulada *Sur la construction des voutes dans les édifices*, publicada en el 1731 por la misma Academia.

94. BENVENUTO, p. 375.

95. El criterio no sería respetado en el caso que el pasaje fuera hipotetizado por el tercio medio superior a los riñones y inferior en llave.

96. DI PASQUALE - MESSINA 1995, p. 123.

- 1) Se considere la porción de un arco con perfil genérico sujeto a peso propio (con resultante R), comprendida entre la sección de los riñones y aquella en llave.
- 2) Se trace el empuje horizontal H que actúa en llave en el borde superior del tercio medio, del cual no se conoce la intensidad.
- 3) Se calcule la resultante del peso propio R, dividiendo el arco en elementos y componiendo las resultantes de los pesos propios en cada elemento. R, de la cual se conoce la intensidad, intercepta la línea de acción de H en el punto O.
- 4) Se trace la sección S a los riñones, cuya línea de acción pasa por el borde inferior del tercio medio y por O.
- 5) A través del triángulo de las fuerzas (conociendo la dirección de las tres fuerzas y la intensidad de R), se obtienen las intensidades de H y S.

Con el estudio de Mery, viene introducido por primera vez el concepto (extremadamente importante sobre todo cuando se estudian materiales reactivos solo a compresión) de *nudo central de inercia*, que es, para una sección asignada, el lugar de los puntos del plano que, asuntos como centro de tensión, gozan de la propiedad de que el eje neutro no intercepta la sección. En la mampostería, el esfuerzo normal tiene que estar comprendido al interno de este nudo para evitar que exista una inversión del signo en las tensiones y aparezcan esfuerzos de tracción.

Una vez verificado por una cúpula⁹⁷ que existe una curva de tensiones pasante al interior del nudo, que implica la presencia de esfuerzos de compresión en la dirección meridiana, es necesario verificar que la cúpula soporte tales esfuerzos.

En general los esfuerzos de compresión transmitidos a lo largo de los meridianos en las cúpulas de mampostería son muy bajos. De hecho se observaba⁹⁸ que $\sigma = pr$, es decir que la tensión⁹⁹ en una cúpula es el producto de peso específico y rayo. Dado que la mampostería tiene un peso específico por cerca de 20 N/mm², hipotetizando también un rayo irrealmente grande de 50 m, se habrán tensiones de 1 N/mm². Considerando que la tensión admisible de una mampostería decididamente poco resistente, es decir la máxima compresión por esa tolerable, es de 10 N/mm², se ve claramente como los esfuerzos son en general absolutamente soportables.

Es necesario recordar que el espesor de la cúpula de mampostería¹⁰⁰ implica una distribución de tensiones a lo largo de la dirección de tal espesor, por lo cual, no obstante obviamente el régimen predominante sea aquel membranaral, se debe tener en cuenta también una porción de régimen flexional, debido a las sollicitaciones T_s , M_s , M_θ . Además de estas sollicitaciones de naturaleza flexional, existen otras debidas a las no respetadas condiciones de borde, pero se vio como se trata de tensiones secundarias que se apagan muy rápidamente, y por eso son descartables¹⁰¹.

En las cúpulas de mampostería es frecuente que la textura muraria se conforme a la distribución y transmisión de los esfuerzos, por eso los planos de los elementos son perpendiculares a las direcciones de las líneas isostáticas de compresión. Hay un ejemplo, el ya citado de la *spina di pesce*¹⁰².

3.1. Los estudios sobre arco y cúpula en la historia.

El estudio de la cúpula en la historia no puede de alguna forma ser separado de el del arco: de hecho el primero esta conducido paralelamente, y de alguna forma subordinadamente al del arco, adaptando los resultados obtenidos en el campo bidimensional a aquel tridimensional.

Es ademas interesante observar una importante diferencia entre los estudios antiguos y los mas recientes: en el pasado los problemas a resolver eran siempre de tipo proyectual, o sea se querian determinar las formas y las dimensiones optimas en función de las cargas. A partir de estudios de Coulomb el acercamiento cambia, girando hacia la verificación: en otras palabras el problema pasa a ser aquel de acertar que la estructura no colapse si le se aplican determinadas cargas.

La teoría estática de los arcos no es establecida en términos cuantitativos hasta fines del siglo XVII; es necesario esperar hasta el siglo siguiente para ver la aparición de los primeros estudios de estática teórica fundada sobre procedimientos de análisis geométrico y del concepto de la tan citada curva *catenaria*¹⁰³ (una cuya aplicación practica se realiza en S.Pietro por Giovanni Poleni¹⁰⁴ en la segunda mitad del siglo, el cual realiza la curva funicular del sistema de cargas sobre la cúpula).

97. Que será analizado como un semiarco con el perfil de la curva directriz.

98. Parte I, par. 2.2.

99. Siempre a lo largo de los meridianos.

100. En la cual la relación con la luz es generalmente comprendida entre 1/20 y 1/50.

101. V. Parte I, par. 2.2.2.c.

102. Para profundizar v. IENTILE 2001, pp. 32-35.

103. V. Parte I, par. 2.1.

104. Del cual se hablará en Parte III, par. 2.2.

Antes del 1600 se limitaba a formular intuiciones, más o menos precisas: Vitruvio¹⁰⁵ demostraba de haber intuido que las bóvedas ejercían un empuje sobre los muros y pilastras que las sostenían, pero no teorizaba un método de determinación numérica. Condicionados por el conocimiento aún no fundado analíticamente de la presencia del esfuerzo horizontal, los constructores medievales, según Viollet Le Duc, tenían el instinto de aproximar la forma del arco a aquella de la curva de las tensiones y habían establecido una regla empírica para el dimensionamiento geométrico de las pilastras¹⁰⁶ (fig. 45)¹⁰⁷, que hasta tiempos recientes

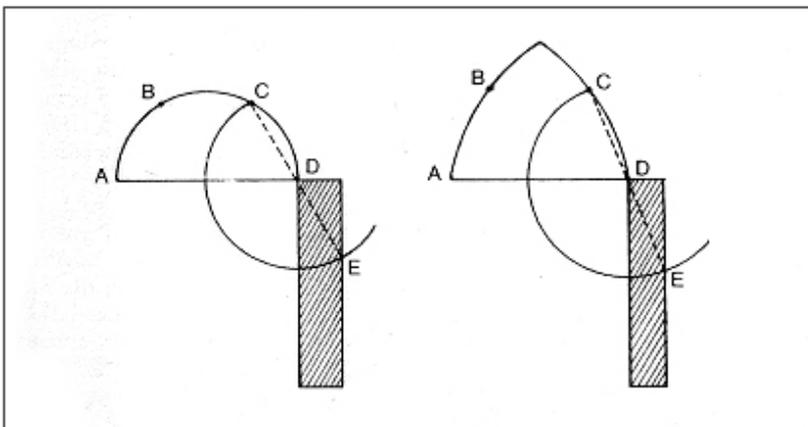


Fig. 45 - Dimensionamiento geométrico de las pilastras. 1) Dividir el arco en tres partes iguales AB, BC y CD; 2) Dibujar un semicírculo con centro en D y radio CD; 3) Dibujar la línea CD y alargarla hasta tocar el semicírculo en el punto E. La protección de DE sobre el plano horizontal constituye el espesor de la pilastra.

fue el criterio mas seguido por los arquitectos. Entre aquellos que se exponen sobre el tema se distingue Leonardo: el estudia un método para obtener la medida empírica del empujón sobre los sostenes y para evaluar la fuerza, la cual pueda ser sujeta a una cadena, aún con un acercamiento gráfico; introduce el concepto del espesor mínimo de un arco (que como se vio no es aplicable a la cúpula): «l'arco non si romperà, se la corda dell'arco di fori non toccherà l'arco di dentro» (fig. 46)¹⁰⁸. Es interesante citar otra observación de Leonardo sobre el principio estático según el cual trabaja el arco: «arco non è altro che una fortezza causata da due debolezze imperochè l'arco negli edifiti è composto di due quarti di circolo, i quali quarti circoli ciascuno debolissimo per sé desidera cadere e oponendosi alla ruina l'uno dell'altro, le due debolezze si convertono in una unica fortezza»; es decir significa que el arco se sostiene gracias al tan temido empuje horizontal, desde el momento que oponer dos empujes horizontales iguales y contrarios es clave para permitir a los semiarcos simétricos sostenerse. En épocas más recientes todavía vienen propuestas construcciones graficas para solucionar el problema del empuje, como por ejemplo de Guarini, pero sigue faltando la referencia estática estructural al concepto de resistencia.

Es Philippe de la Hire a principios del 1700 el primero en estudiar cuantitativamente y no solo cualitativamente el arco en mampostería. En primer lugar la estructura en mampostería se piensa por primera vez según el modelo de un sistema de bloques rígidos, que corresponden a sólidos geoméricamente definidos y dotados con peso. Por medio de una ecuación de equilibrio limite (de rotación entorno al punto externo de la base de las pilastras, en la cual opone el empuje de la bóveda inferior a los 45°¹¹⁰ y los pesos propios de las pilastras y de la porción de bóveda inferior a 45°) calcula la intensidad de la resultante a través del triangulo de equilibrio¹¹¹ (fig. 47)¹¹².

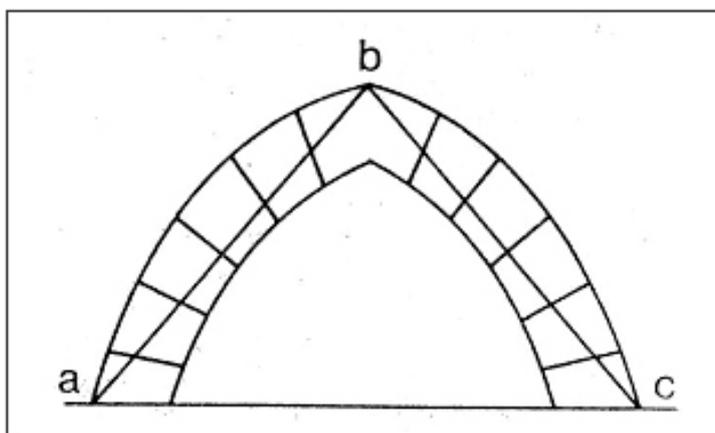


Fig. 46 - «L'arco non si romperà, se la corda dell'arco di fori non toccherà l'arco di dentro».

105. En el VI libro de los Dieci Libri sull'Architettura.

106. La identidad del ideator queda desconocida.

107. BENVENUTO 1981, p. 324.

108. Esta teoría será retomada por Couplet (1642-1722).

109. BENVENUTO, p. 325.

110. O sera a la cota de la que él consideraba la sección de fractura; se verá en la Parte III como la colocación de este a 45° sea equivocada porque no corresponde al verdadero cinematismo del arco.

111. Las teorías de De la Hire serán propuestas de vuelta por Belidor, que tratará de hacer más fáciles sus aplicaciones. La teoría de Belidor es muy parecida, varía solo la ecuación de equilibrio límite.

112. PIZZETTI - ZORGNO TRISCIUOGLIO 1980, p. 204.

El primer texto que explica explícitamente el problema de las cúpulas, extendiendo al caso tridimensional los resultados obtenidos en el campo bidimensional, es una memoria¹¹³ de 1734 de Pierre Bouger. Por medio de la ecuación diferencial de una catenaria y observaciones sobre el peso propio Bouger propone la ecuación de la superficie de una cúpula homogénea equilibrada, es decir en grado de sostener el peso propio, o mejor dicho de la superficie de una capa homogénea colgante de la circunferencia de un círculo horizontal. Charles Bossut en 1770 afronta de manera diferente el mismo problema, es decir la definición de la forma de una cúpula capaz de garantizar el equilibrio: después de haber obtenido la ecuación de la curva de un arco propone que en una cúpula cada uña se puede considerar aisladamente de las contiguas y se comporta como un arco de espesor variable. Es claro como el ignorar la acción de una sobre aquellas contiguas no sea lícito.

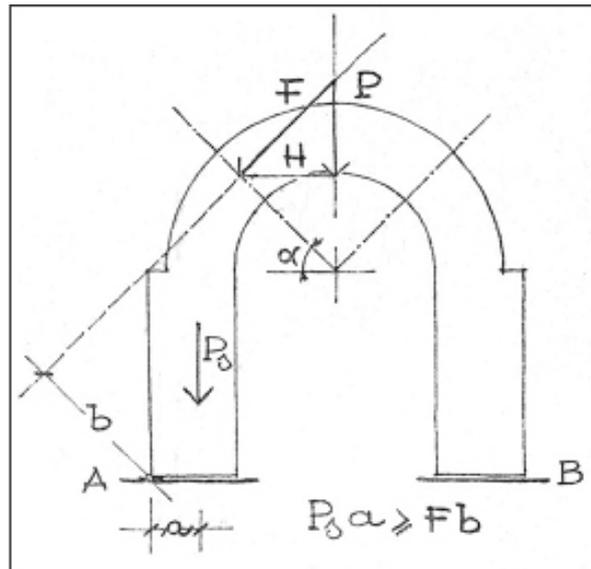


Fig. 47 - El equilibrio hipotetizado por De la Hire.

Charles Coulomb es con quien por primera vez se modifica el modelo de mampostería adoptado hasta ahora introduciendo el concepto de fricción, componente hasta ahora dejado afuera por todos los estudiosos. Es interesante recordar que en su estudio Bouger sostiene que no tomar en consideración la fricción sea aceptable, aunque no corresponda a la verdad, ya que se trata de un criterio cautelar: si la cúpula se sostiene hipotetizando que los elementos puedan correr se sostendrá seguramente también en el caso real, cuando los elementos difícilmente se corran. En su prueba de 1776 en realidad Coulomb afronta también el tema de las bóvedas sin roca: estudia el equilibrio de una bóveda a tonel de un dado grosor sujeta al solo peso propio, determinando el espesor de cada punto y la dirección de las juntas una vez asignadas las líneas de extrados y intrados. En el mismo ensayo Coulomb se ocupa después de una bóveda dotada de fricción, solicitada por el peso propio, de la cual es asignado el perfil de la curva externo e interno y en la cual las juntas son perpendiculares a los elementos de la curva interna. Coulomb determina los valores máximos soportables por el empuje horizontal en llave, verificando dos situaciones límites al corrimiento entre los elementos y dos a sus rotación relativa. El empuje horizontal mínimo es aquel valor por el cual están impedidas rotación y corrimiento hacia abajo de una junta, y el empuje horizontal máximo es aquel valor por el cual comienzan corrimiento y rotación hacia lo alto. Cuando la diferencia entre empuje horizontal máximo y mínimo es grande es muy probable que el arco resulte estable. El problema de esta teoría es que no facilita una metodología proyectual transferible concretamente a la práctica.

También el ya citado Lorenzo Mascheroni efectúa un cálculo de las cúpulas de un grosor fino. Para justificar el hecho de que sea suficiente que la curva de las tensiones tenga una pendiente mayor respecto a la inclinación de la perpendicular (fig. 42: $Q/P > \tan \alpha$) introduce el concepto importante, no considerado del abad Bassut, de que las uñas continuas se cambian tensiones unas con las otras. A través de esta fórmula y la determinación del volumen de la uña Mascheroni deduce una fórmula ($hz/hzds > dy'/y'$, donde h = espesor de la cúpula; z = coordenada horizontal; ds = largo del elemento infinitesimal a lo largo de la coordenada curvilínea s al intrados; $y':dy/dz$) que regula, dada la curva generatriz, el grosor de la cúpula punto por punto para que sea equilibrada¹¹⁴. Es evidente como en el primer caso el acercamiento sea proyectual, mientras que el segundo sea de verificación.

Es pero solo en el siglo XIX que se introducen en el estudio de las teorías de arco y bóveda los aspectos de la resistencia del material y de la deformación por las cargas, y se llega a una solución definitiva de los problemas presentados por este tipo de estructura, en particular con los resultados ya vistos de Luis Navier y E. Mery¹¹⁵, que permiten entender totalmente las modalidades de funcionamiento de las estructuras espaciales curvas.

3.2. Problemas y soluciones.

Nos preguntamos ahora cuales son los problemas concretos que puedan llegar a tener las cúpulas de mampostería, hipotetizando que exista una curva de tensiones interna al perfil, o sea la ausencia de tracciones en dirección meridiana. Se ve como Mascheroni primero introdujo la hipótesis de cambio de

113. Titulada "Sur les lignes courbes quis ont propes á frmer les voutes en dôme".

114. Para profundizar los estudios citados hasta ahora v. BENVENUTO 1981, pp. 339-381.

115. V. par. 3.

tensiones entre una uña y otra, y ya hemos hablado en la parte I de las transmisiones de los esfuerzos en dirección de los paralelos. Es necesario entonces analizar el signo de tales esfuerzos para descubrir si se pueden crear problemas a la cúpula: si fueran negativos obviamente la mampostería no tendría problemas para soportarlos, si en cambio fueran positivos la mampostería podría estar en crisis. Otro tema muy importante, que surge de los estudios en la historia, es aquel del empuje que la estructura cupular ejerce sobre los soportes: si este empuje no es bien contenido puede crear problemas no solo en la estructura portante sino que también en la cúpula. Es evidente como el primer problema es debido al material y el segundo a la forma.

3.2.1. La tracción en los paralelos.

Se considere el elemento infinitésimo de lo que se ha hablado en la Parte I, perteneciente a una cúpula sujeta al peso propio (fig. 48). Si se considera la proyección N_{s1} sobre el plano tangencial de la carga hasta la sección superior del elemento, con componente horizontal H siempre centrífuga. Paralelamente N_{s2} será la proyección sobre el plano tangencial de la resultante de dos componentes: 1) la carga desde la base hasta la sección inferior del elemento; 2) la reacción transmitida del vínculo de borde de la cúpula. La componente horizontal H_2 de N_{s2} será siempre centrípeta.

Es claro que el valor absoluto de N_{s2} es siempre mayor que el valor absoluto de N_{s1} y que la diferencia aumenta acercándose al vértice de la cúpula; por ende es evidente que N_{s1} siempre tiene una pendiente mayor que N_{s2} , entonces la proyección horizontal H_1 es siempre mayor que H_2 . De la combinación de estos dos factores depende la dirección de la resultante H_s de H_1 y H_2 .

Las H_s constituyen, para un determinado paralelo, un sistema de fuerzas directas radialmente entre ellas todas iguales, y según su dirección generan un esfuerzo axial de compresión en el caso que sean centrífugas o de tracción en el caso que sean centrípetas. En general cerca del vértice prevalece el hecho que el valor absoluto de N_{s2} sea mayor sobre el hecho de que su inclinación sea menor: consecuentemente H_s es centrípeta. Lejos del vértice prevalece el hecho de que la inclinación de N_{s1} sea mayor sobre el hecho que el valor absoluto de N_{s2} sea mayor: consecuentemente H_s es centrífugo.

El hecho que las tensiones en dirección longitudinal cambian de signo implica la existencia de un *paralelo de transición*, que no es expuesto a deformaciones y mantiene entonces su largo invariable, sobre el cual los paralelos son sujetos a compresiones y por debajo son expuestos a tracción. La latitud a la que se lo coloca este paralelo depende de la geometría de la cúpula, o sea de su curva directriz, y de la distribución de las cargas¹¹⁶.

Se estudie por ejemplo el caso de cúpula hemisférica con espesor constante, sujeta al solo peso propio (o sea una carga uniforme a lo largo de su perfil), en la cual q es el peso por unidad de superficie. Las ecuaciones para obtener N_s y N_θ ¹¹⁷, puesto que ϕ es el complementar de α , se transforman en [II - 27;28]:

$$N_\theta = \frac{rq}{1 + \cos\phi}$$

$$N_s = rq \left(\frac{1}{1 + \cos\phi} - \cos\phi \right)$$

Representando gráficamente (fig. 49)¹¹⁸ estas dos funciones en primer lugar se puede verificar que los meridianos son siempre expuestos a esfuerzos negativos de compresión, a cualquier latitud, con valor absoluto creciente de la cima hacia la base. Al contrario parte de los paralelos resulta comprimida, parte tensionada; para individualizar el ángulo que coincide con la

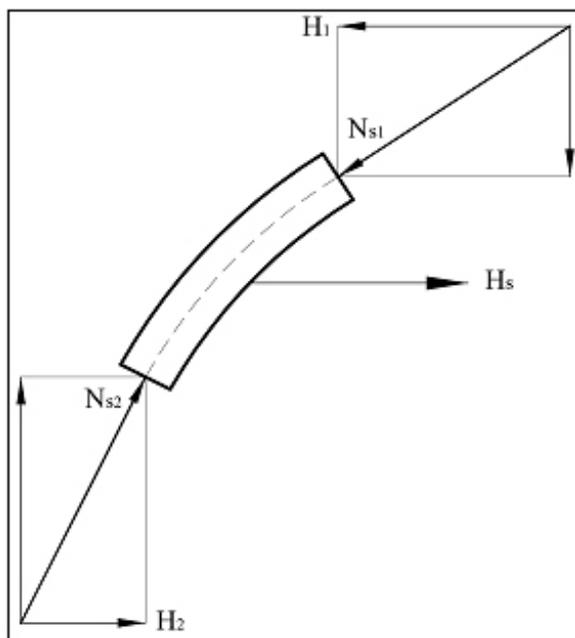


Fig. 48 - Las cargas sobre el elemento infinitesimal y sus resultantes.

116. La tracción no es nunca función del material: aparece tracción en los paralelos en cúpulas de cualquier material, la diferencia es que unos materiales la pueden aguantar y otros no.

117. V. Parte I, par. 2.2.2.2.b.

118. HEYMAN 1995, p. 34

inversión de signo de ponga la $[\text{II} - 28]$ igual a cero. Se encuentra entonces que de la base de la cúpula hasta los $35^{\circ}58'$ los esfuerzos son positivos entonces los paralelos están tensionados, por encima los esfuerzos son negativos entonces los paralelos están comprimidos. Realizando cálculos análogos, con fórmulas referidas a una cúpula hemisférica en el que la carga es uniformemente distribuida sobre la proyección horizontal, se encuentra que el paralelo de transición es calculado a 45° : este tipo de carga es por lo tanto más difícil de soportar.

En general se observa que cuanto más rebajada esta la cúpula menor es la latitud a la cual los paralelos comienzan a estar comprimidos. Si la cúpula rebajada derivara de la sección horizontal de una cúpula hemisférica sutil con carga uniformemente distribuida sobre la directriz curvilínea, efectuada a una altura de $38^{\circ}58'$ del plano de la base, sería estable por pura compresión. La ausencia de tracción explica porque la cúpula de perfil rebajado son seguras, no obstante generan un gran aumento del empuje horizontal, desmintiendo también el prejuicio renacentista sostenido de Alberti el cual afirmaba «*rectum arcum omnium esse firmissimum*¹¹⁹».

Esta claro que la mampostería no puede soportar esfuerzos de tracción que inevitablemente son presentes en los paralelos próximos a la base (a menos que, como recién se dijo, la cúpula no sea suficientemente rebajada). Por lo tanto, desde los tiempos mas antiguos, fueron aplicados expedientes constructivos a fin que la cúpula no sufriera excesivamente estos esfuerzos de tracción; algunas técnicas son utilizadas también hoy en las construcciones ex novo. Otras son propuestas como estrategias de consolidación. En los párrafos que siguen se estudiarán los medios con que se contrarresta la tracción en los paralelos al momento de la construcción, subdividiendo los expedientes según un criterio de localización: interno a la estructura cupular o externo.

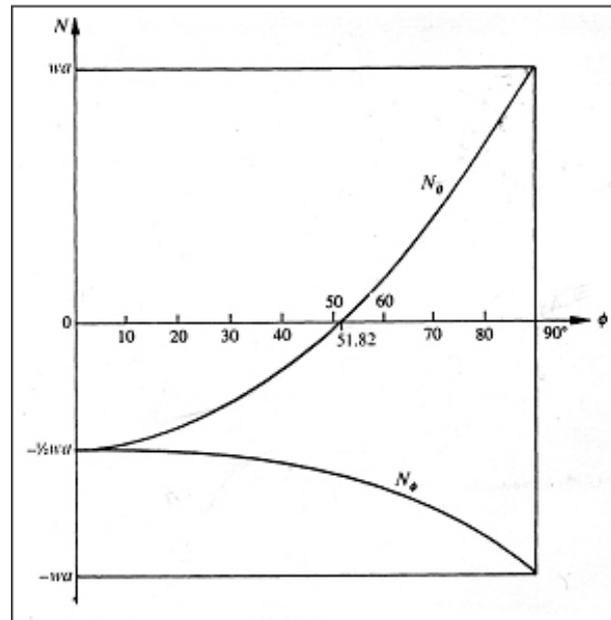


Fig. 49 - Las tensiones N_{θ} ed N_{ϕ} en una cúpula hemisférica.

3.2.1.1. Contraste interno.

El medio mas común para contrarrestar internamente las tracciones que surgen en la parte inferior de la cúpula es la incorporación de cadenas; consiste en colocar *in itinere* en las zonas donde la latitud presenta tracción longitudinal, cercos que León Batista Alberti definía como unos «*legamenti che girano attorno ai muri per tutta la loro lunghezza per tenere stretti gli angoli e incatenare la struttura dell'opera*». Sus función es comparable a aquella de los círculos de un tonel, que tienen unido el sistema de astas verticales impidiendo que se abra.

Los cercos se empezaron a utilizar en la época romana; no se encuentran en la arquitectura gótica, que tiende a excluir la presencia de diferentes materiales en la mampostería, mientras que son extremadamente comunes sobretodo en Toscana en las cúpulas del período Renacentista. El dimensionamiento de tales elementos se hacía por intuición, hasta que en tiempos modernos no se llegó a resultados efectivos en el estudio estático de las cúpulas.

El material de los cercos tiene que permitir la absorción de las tensiones positivas entonces debe tener una elevada resistencia característica a tracción. Las primeras cadenas, aplicadas por los Romanos, son de material metálico: como en el hormigón armado se insertan barras de hierro para soportar las tensiones de tracción, análogamente se puede hacer con los muros, dimensionando los hierros de manera apropiada y colocándolos con particular sagacidad – de hecho insertar barras en la mampostería no es inmediato como insertarlas en el cemento. En general el sistema prevé que se utilicen cuadros de hierro forjado a mano, unidos por varios tipos de ganchos, puestos en la obra por medio de sistemas de cuñas o mas raramente por un sistema de precalentamiento¹²⁰. Muchas veces las cadenas de hierro en las cúpulas antiguas no son expuestas a la vista sino son internas, ocultadas en la mampostería, y esto hace que resulte difícil identificar el material. En estos casos es necesario recurrir a documentos de archivo que citen las disposiciones de proyecto - que permiten también establecer si las cadenas fueron insertadas durante la construcción o utilizadas como sistemas de consolidación en momentos sucesivos - y los ordenes de los materiales, o a pruebas técnicas sobre la mampostería. En S. Maria del Fiore, donde

119. Que significa que el arco semicircular es entre todos el más firme.

120. V. PICCIRILLI 1090, p. 72.

gracias a documentos se obtuvo la noticia de la aplicación de cadenas metálicas, en los años 70 fueron hechas resonancias magnéticas que permitieron acertar la presencia de estas, sin lograr a estabilizar el material.

Una alternativa al hierro está constituido por la piedra, cuya resistencia a tracción es inferior pero sin duda mejor a la de la mampostería. El primero en experimentar la aplicación de la piedra es Filippo Brunelleschi, en las cuatro cadenas en arenisca de la cúpula florentina, una cada 10 m. La primera cadena está constituida por dos anillos concéntricos de piedra sobre los cuales se apoyan las trabas de arenisca¹²¹; estas están ligadas entre ellas a través de tornillos de hierro, emplomado para no herrumbrar, y dotadas de grabados para la interconexión con trabas transversales, intercaladas cada 90 cm. (fig. 50)¹²². La segunda cadena es todavía más compleja porque las trabas son inclinadas y dispuestas radialmente con respecto al eje de la cúpula.

Es interesante relevar que en S. María del Fiore está presente una quinta cadena en madera, 7 m sobre de la primera cadena de piedra¹²³. La resistencia a tracción de la madera (en dirección de las fibras) se coloca entre medio de la de piedra y la de hierro, por la que la cadena tiene la misma función de absorción de las tensiones de tracción. En otras regiones geográficas, donde los terremotos constituyen un serio problema para los edificios en mampostería, las cadenas de madera se utilizan también en las cúpulas para contrastar las acciones de los sismos como en la iglesia de S. María en Constantinopla.

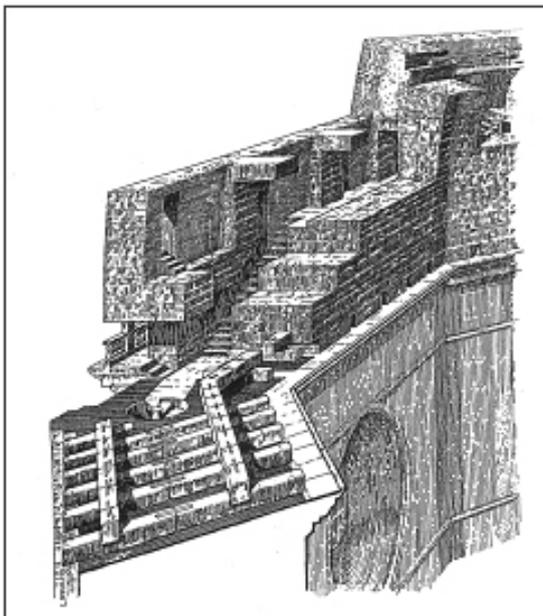


Fig. 50 - Sección tridimensional de la base de la cúpula de S. María del Fiore, con hipotética disposición de la primera cadena en piedra. Dibujo de Lamberto Ippolito.

3.2.1.2. Contraste externo.

Para contrastar la tracción en los paralelos a la cúpula es necesario colocar estructuras que con su masa se opongan a la tendencia de los paralelos a alargarse deformándose hacia el exterior. Estas estructuras, que pueden ser simples contrafuertes o espuelas, deben ser oportunamente ubicadas en la cúpula, o sea a la altura donde se encuentran las secciones expuestas a tracción longitudinal.

Como sistema de contraste tiene algunos problemas, desde el momento que las espuelas que superen mucho la altura de la base apoyándose a la bóveda compromiten la integridad visual de la cúpula contaminando su simbolismo y la pureza estructural. Por esta razón este expediente se aplica solamente en cúpulas hemisféricas - en aquellas rebajadas la tracción en los paralelos es limitada - rodeadas de *tiburio* (una estructura de base poligonal o circular que oculta externamente el perfil cupular¹²⁴), colocándose en el intersticio entre bóveda y pared vertical (fig. 51)¹²⁵.

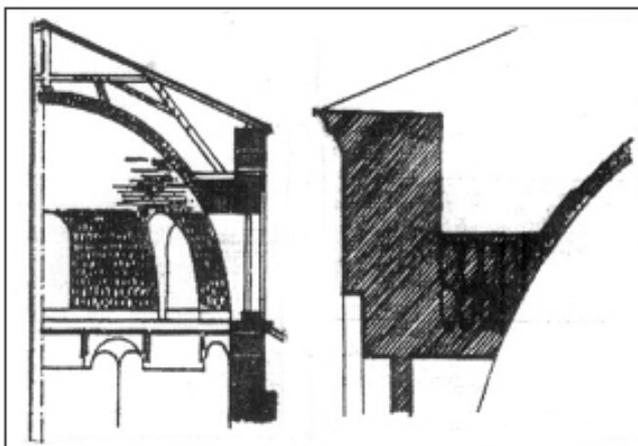


Fig. 51 - Espuela de contraste en una cúpula.

3.2.2. El empuje horizontal sobre la base de los meridianos.

Se vio anteriormente que las deformaciones y los desarreglos de la base de arcos y cúpulas, como hundimientos de los pilares hacia el exterior o la hinchazón de los muros, permitieron desde los tiempos

121. De 2,30 m. de largo y 5 cm. de sección.

122. IPPOLITO 1997, p. 111.

123. En realidad eran previstas cuatro de estas cadenas, pero la primera dio muchos problemas por encontrar el material así que se decidió no construir las sucesivas.

124. V. par. 3.2.2.2.a.

125. PICCIRILLI 1989, p. 46.

antiguos intuir la existencia de un empuje horizontal ejercitado en la base de la estructura arriba. El empuje horizontal es un problema que se genera por la geometría misma de la cáscara de revolución y es debida al hecho que en la base la línea de los esfuerzos generados por la estructura cupular resulta siempre inclinada. La componente vertical ejerce una compresión sobre los pilares que normalmente no crea problemas, desde el momento que la mampostería reacciona bien a la aplicación de altas tensiones negativas. Al contrario el sistema de la componentes horizontales centrifugas pone en tracción el paralelo de base ejerciendo empuje sobre las estructuras inferiores.

El empuje varia segun el perfil de la cúpula. En general se puede decir que la componente horizontal de la tangente (a la altura de la base) de la línea de las fuerzas internas a la sección meridiana determina el valor del empuje. Cuanto más horizontal esta la tangente, o sea mas disminuye la flecha, tanto mas aumenta el empuje, y viceversa (fig. 52). Para entender mejor se imagine de tener las extremidades de una cuerda en los dedos, dejándola caer libremente: por tender la cuerda, reduciendo entonces la flecha, es necesario ejercer una fuerza de tracción cuyo aumento es inversamente proporcional a aquel de la flecha. Se refleja sobre un caso particular, es decir una cúpula donde la perpendicular a la

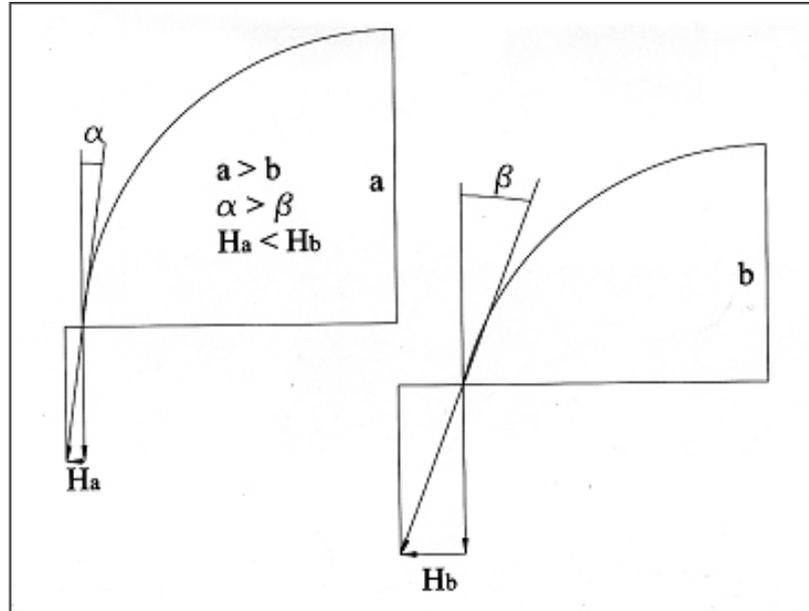


Fig. 52 - El empuje horizontal de un arco rebajado es mayor de el de un arco semicircular.

sección de la cáscara es vertical; la reacción tiene igualmente una componente horizontal como la línea de los esfuerzos, aunque contenida en el interior del perfil, no necesariamente lo refleja sino puede tener una inclinación diferente.

Se vio como el problema de la determinación del empuje horizontal de arcos y cúpulas fue objeto de muchos estudios a lo largo de la historia: cuando aun no se conocían métodos para determinarla venían inventados expedientes para minimizar su valor, como las cadenas en el caso de los arcos. Sucesivamente, con la construcción de Navier-Mery, resulta posible una vez determinada la reacción a la base identificar precisamente la componente horizontal.

Antes de afrontar la metodología de contraste del empuje horizontal es necesario observar que el problema a resolver es análogo a aquello visto en el caso anterior: hay un sistema de tensiones centrifugas sobre la sección horizontal que tiende a alargar el paralelo que queda sobre aquel plano. Se vio como estas tensiones en los paralelos próximos a la base son amortiguadas por tensiones centrípetas, internas a la cúpula, que rebajan sus valor, y cuya incidencia disminuye al acercarse a la base. En la sección de base estos componentes centrípetos desaparecen, como la superficie se interrumpe físicamente; mientras tanto la intervención se tendrá que realizar sobre la última sección de la cúpula o exteriormente a esa. Los resultados de la contención de la tracción será visible sea sobre los pilares, que no cedaran, sea sobre la cúpula, que mantendrá su forma sin que la base se alargue.

3.2.2.1. Contraste interno.

Como se vio la solución de insertar cadenas que se opongan a la tracción, en este caso a la base de la cúpula, es eficaz, sobretodo en el caso de cúpulas muy pesadas donde los esfuerzos son notables. El material es generalmente hierro y la técnica de aplicación es de fijación y análoga a la espuesta en el párrafo 3.2.1.1.

3.2.2.2. Contraste externo.

En el caso del arco el empuje puede ser anulado con la aplicación de un tirante horizontal, o cadena (que no se tiene que confundir con la cadena que sigue el perfil de los paralelos), colocado a la altura de los riñones o de la base. El tirante es un elemento que trabaja a tracción uniendo entre ellos dos secciones del arco y aplicando una componente de empuje horizontal opuesta a aquella generada del

mismo arco: el cálculo de la fuerza que el tirante debe ejercer fue realizado gráficamente por Leonardo. El llamado arco a empuje eliminado se utiliza en la arquitectura romana y renacentista pero tiene poco éxito desde el momento que constituye una figura híbrida entre arco y cabriada, modifica la dimensión arquitectónica y rinde el espacio mas difícil de utilizar. Además el tirante puede ser utilizado como sistema de consolidación.

En el caso de la cúpula el problema del empuje horizontal no puede ser afrontado en manera análoga, desde el momento que sería necesaria una placa horizontal que una todos los puntos de la base con los puntos opuestos. El empuje no puede ser eliminado sino absorbido, por medio de: a) aumento del empuje vertical; b) contención.

a) Aumento del empuje vertical.

Por medio del incremento del peso incidente sobre los pilares se hace en modo tal que la curva de tensiones de la cúpula, combinada con las cargas verticales, se incline siempre un poco más quedando contenida en el interior de la mampostería de los pilares (fig. 53). Las estructuras utilizadas para realizar este tipo de contraste son variadas por geometría y estilo, y pueden ser colocadas por sobre la línea de la base o por debajo; en este segundo caso también cumplen la función de sostener la cúpula y de contener la línea de los esfuerzos de la resultante de las cargas.

En las catedrales góticas para descargar a la tierra los empujes de los arcos de las nervaduras centrales se utilizan pináculos verticales, cuyo peso incidía sobre la base de los arcos. Sobre todo en las cúpulas rebajadas barrocas y tardas barrocas que cubrían ambientes elípticos se utilizaban contrafuertes ubicados sobre las columnas portantes la cúpula (fig. 39). Estos contrafuertes no se tienen que confundir con aquellos utilizados para contrarrestar la tensión de los paralelos, desde el momento que la acción sobre la cúpula es ejercida sobre alturas diversas y con diversas funciones.

En la arquitectura bizantina y en la primera fase del periodo románico es frecuente el uso del *tiburio*, cuya origen es colocable en el periodo paleocristiano. El tiburio es una estructura de base poligonal o circular que encierra la cúpula; esta sostenido por los mismos pilares de esta y esta cubierto por un techo, que puede ser con cabriadas o menos, cubierto a su vez por una linterna; puede estar recortado por ventanas. Para aumentar todavía mas la carga vertical y relacionar arquitectónicamente el *tiburio* con el resto de la estructura se utilizaban enormes volutas apoyadas sobre los pilares (fig. 54)¹²⁶.

En ausencia de otros elementos de contraste la responsabilidad de contener el empuje compite a las estructuras portantes, que contribuyen también a verticalizar la curva de tensiones. El sistema portante propuesto para esta función no son solo pilares, columnas y muros continuos, sino también el tambor - del cual ya se habló en el párrafo 2.2.1 - que contiene el empuje horizontal en el interior de su espesor verticalizándolo con su peso. Exagerando en las dimensiones del tambor para contener con seguridad la curva de tensiones, se ha creado un desequilibrio en el sistema estático concentrando grandes masas sobre estructuras delgadas: en caso de sismos un sistema similar actúa como un oscilador simple empeorando el comportamiento global de la estructura.

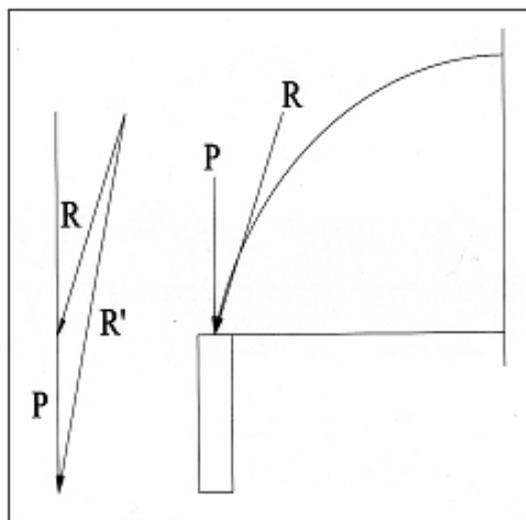


Fig. 53 - La función del aumento del empuje vertical.

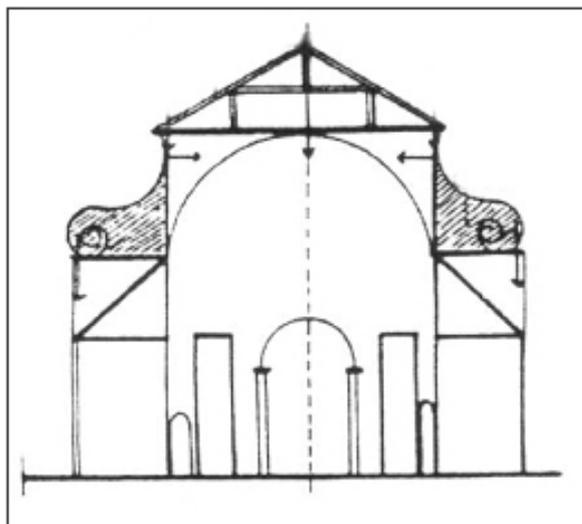


Fig. 54 - Volutas que se apoyan sobre los pilares y techo que cubre el tiburio.

126. PICCIRILLI 1989, p. 72.

b) Contención.

Como alternativa al método de verticalización del empuje horizontal se puede recurrir a una canalización del empuje inclinado ejercido por la cúpula por recorridos estáticos alternativos. El ejemplo más puro de un expediente semejante es constituido por pilares inclinados de Gaudí (fig. 55), que transmiten el empuje al terreno según su misma dirección. Es después común que entorno a la base de la cúpula existan estructuras tridimensionales, colocadas por debajo de la base, que trasfieren los esfuerzos a lo largo de propios canales estáticos, dependientes de su misma forma.

En la arquitectura gótica los arcos rampantes descargan a la tierra el peso de las arcadas de la nave central, canalizando el empuje a través de sus directriz. De manera análoga para sostener la cúpula los bizantinos utilizaban comúnmente sistemas portantes contruidos por combinación de arcadas y semicúpulas, a los cuatro lados del cuadrado de base en lo que estaba inscrita la cúpula principal; las alternativas eran: a) cuatro semicúpulas; b) cuatro arcadas; c) mixto: dos semicúpulas y dos arcadas (como en S. Sofía). En lo que respecta a las semicúpulas es interesante entender sus funcionamiento (fig. 24). Se imagine dividir la media cúpula en secciones a lo largo de planos verticales equidistantes pasantes por el eje de rotación (de la cúpula total imaginaria): cada una de estas fetas resultara estable con una fuerza horizontal aplicada en la cima. Sumando las fuerzas horizontales de todas las fetas se obtendrá una componente desequilibrada que corresponde cerca del 7% del peso total de la cúpula, componente que servirá a sostener la cubierta principal¹²⁷.

En muchas estructuras cupulares, como S. Maria del Fiore, la semicúpula y las paredes que la sostienen constituyen un elemento arquitectónico llamado ábside (fig. 56). En la Enciclopedia de Arquitectura se lee que el ábside es una «struttura a pianta semicircolare o poligonale, coperta da una volta a quarto di sfera, detta catino o conca absidale. L'abside dovrebbe propriamente indicare una struttura muraria che si articola in modo da essere visibile all'esterno. [...] Raramente presente nell'architettura greca, l'abside trovò largo uso in quella romana e fu elemento fondamentale dall'architettura paleocristiana, anche per il particolare valore liturgico che essa assunse negli edifici basilicali, nell'esaltare il significato della zona presbiteriale e come punto di riferimento per il percorso del fedele all'interno dell'edificio¹²⁸».



Fig. 55 - Sagrada Familia: la fachada de la Pasión.



Fig. 56 - Los absides de S. Maria del Fiore.

127. V. HEYMAN 1995, pp. 41-46.

128. P. 7.

Parte III. Fisuraciones y consolidación

El texto de Sistro Mastrodicasa, *“Dissesti statici delle strutture edilizie”*, aunque un poquito antiguo, expone con particular claridad la teoría de los desajustes relacionando en una cadena de causa-efecto los elementos que aparecen en el proceso de fisuración.

Las fisuras son el resultado de un proceso interno que puede ser más o menos largo en la mampostería. Al inicio se encuentran aquellas que se denominan causas de perturbación, las cuales alteran el régimen de equilibrio de la estructura favoreciendo que ocurran mecanismos cinemáticos, que a su vez provocan los daños estáticos. Tales daños se manifiestan a través de la aparición de lesiones o fisuras, es decir deformaciones o agrietamientos. Pero lo que resulta visible es solo el resultado final del proceso, es decir el estado de agrietamiento, por lo tanto es necesario realizar un diagnóstico basado en un estudio retrospectivo: de las fisuras se pasa a los desajustes y de éstos a las causas, teniendo en cuenta que a un solo desajuste le pueden corresponder varias causas. De ésta manera se llega a verificar si es necesaria o no una intervención y de que tipo e identidad deba ser.

El análisis debe ser lo más preciso posible, en función de los límites impuestos por la gravedad de la situación: si la estructura en estudio es próxima al colapso es inútil perder tiempo en investigar las causas, que son individualizables a través de un análisis visual. Además, del momento en que el material “mampostería” no es homogéneo ni isótropo, es oportuno evitar la rígida aplicación de reglas que se revelarían inútiles y ser críticos en la aplicación de la metodología de análisis..

Un desajuste en una estructura puede constituir la causa perturbadora que da origen al desajuste en otra estructura relacionada: los ensanchamientos en el añillo de base de las cúpulas de mampostería son de hecho generalmente causa de los movimientos de giro de los sostenes. Del momento en que el presente estudio es dirigido específicamente al análisis de la estructura de la cúpula, se buscará en lo posible, debido a la extrema interrelación entre los elementos, de separar los fenómenos de desajuste que le son propios, dejando de lado el examen de los efectos de éstos sobre la estructura de sostén.

1. Diagnóstico.

Se ha visto que para pasar a la causa de agrietamiento y proponer soluciones eficaces es necesario efectuar un “diagnóstico”, estudiando en el siguiente orden fisuras, desajustes y causas. Antes de estudiar el estado de agrietamiento es importante informarse completamente sobre la fabricación: es necesario poseer suficiente información sobre su historia (no solamente sobre acontecimientos que han determinado su construcción sino también acerca de las transformaciones que ha sufrido y de los daños en curso) y sobre las técnicas de construcción adoptadas. Además, se debe prever el efectuar un relevamiento geométrico y de los materiales utilizados.

Después de haber efectuado ésta investigación preliminar se continúa con un análisis por partes del edificio, a las cuales se le reconoce cierta independencia estructural. Se consideran los posibles desajustes que pueden estar relacionados a la estructura en cuestión y los relativos cuadros de grietas; considerando que existe una correspondencia biunívoca entre grietas y desajustes, una vez individualizada la combinación que reproduce los cuadros de grietas reales son inmediatamente deducibles los desajustes en la estructura. La investigación se limita a la naturaleza cualitativa del fenómeno: la naturaleza cuantitativa no es determinante al fin de establecer la identidad de la consolidación, que tiende a ser más conservativa de lo necesario.

Quedando la necesidad operativa de efectuar el estudio del proceso del agrietamiento en retroceso, en esta parte se procederá con la exposición de los fenómenos según el orden temporal efectivo con el cual se han manifestado: ésto vuelve más clara la consecuencialidad y permite evitar las especificaciones derivadas de los casos singulos.

1.1. Causas de los desajustes, con particular referimiento a las cúpulas.

Los desajustes en los edificios pueden ser provocados por varias causas; en una cúpula de mampostería, que se supone originalmente equilibrada y con ausencias de desajustes, las causas son reagrupables en tres grandes grupos: a) superación de la tensión máxima de la mampostería ; b) pérdida de equilibrio a causa de la aplicación de fuerzas externas ; c) desplazamiento diferencial de la estructura de sostén. A menudo muchas de éstas causas son contemporáneas y crean desajustes combinados, con cuadros de grietas relativamente complejos de decifrar.

a) La tensión máxima admisible, de compresión o más frecuentemente de tracción, es superada a causa de un deterioro del material o del incremento de las fuerzas actuantes.

El material de mampostería de la cúpula puede sufrir un proceso de deterioro a causa de una serie de factores, en primer lugar la acción del agua presente en la atmósfera; al ser la mampostería un



Fig. 57 - Manchas de humedad al intrados de una bóveda.

material poroso tiende a absorberla y si no se ha previsto aislar oportunamente la superficie de la cúpula se pueden observar infiltraciones debido a la lluvia. En el caso de elevados gradientes térmicos, entre el interior y el exterior de la cúpula la humedad atmosférica puede condensar al interno de las paredes, pero éste tipo de fenómenos no se observa en los edificios con cúpula, los cuales en la mayoría de los casos son iglesias, por lo tanto privadas de aparatos de acondicionamiento de la temperatura interna; al contrario en la mayoría de los antiguos edificios de culto es común que el mortero en las capas más internas se encuentre todavía blando. La humedad provoca un aumento de volúmen, que de-

termina el surgimiento de tensiones anormales: ésto favorece no solo a la separación del revoque, si ésto esta presente, si no también a la solubilización del mortero (en particular el mortero de yeso) y la aparición de manchas negras (fig. 57), pero sobre todo al agrietamiento; en el caso que existan hierros que no esten lo suficientemente protegidos éstos pueden llegar a oxidarse. Como consecuencia a las oscilaciones térmicas diurnas y estacionales hay los ciclos del hielo y deshielo que provocan la rotura por fatiga. Un segundo factor que causa deterioro es el envejecimiento, producto del transcurso del tiempo¹, que provoca la pérdida de cohesión de los materiales y sobretodo de los morteros, que se desmoronan de manera no uniforme. Intervienen por fin las acciones químicas y biológicas; las primeras derivan de la presencia de sales en el agua, que causan eflorescencias, o de las sustancias anormales que contaminan el agua y el aire. Las segundas son causadas por organismos de origen vegetal como plantas y musgos, o de origen animal como las bacterias. En general todos los factores tienden a agotar la mampostería disminuyendo su resistencia característica: las máximas tensiones admisibles se alcanzan con la misma carga que en un primer lugar se podía considerar segura, y el comienzo de los agrietamientos incrementa todavía más la debilidad del material.

Otra razón por la cual se puede alcanzar el límite soportable de las tensiones es el incremento de la carga agente, por ejemplo en el caso de una abundante nevada uniforme; aquí el sistema se mantiene equilibrado pero el material puede superar el valor característico de resistencia a la compresión. Se hace notar que es efectivamente difícil incurrir en la realidad de un caso similar por dos razones: en primer lugar es altamente improbable que una carga accidental se distribuya de manera uniforme sobre la superficie de la cúpula; en segundo lugar es igualmente improbable que éstas incidan sobre las tensiones. Como se ha visto en la cúpula de mampostería las cargas accidentales resultan sin influencia.

También los cambios de temperatura son considerables entre los incrementos de carga. Estos provocan los fenómenos cíclicos de expansión y contracción del material, en función del coeficiente de dilatación térmica de los mismos: cuando la temperatura aumenta el volúmen de la estructura aumenta y viceversa. Si a causa de estas variaciones de volúmen las tensiones superan el límite de trabajo del material se origina un desajuste que provoca un cuadro de agrietamiento muy difuso.

- b) La aplicación de fuerzas externas puede determinar una pérdida de equilibrio de la estructura, que favorece el surgimiento de mecanismos cinemáticos. La mampostería tiende a impedir el inicio de tales mecanismos, hasta que la fuerza de cohesión mutua del material es superior a la acción de las fuerzas externas, o sea hasta que la tensión interna es todavía aguantabl; en el momento en el cual la fuerza externa vence las fuerzas de unión de la mampostería inicia la fractura, que permite al movimiento de concretizarse. El surgimiento de tales fuerzas externas puede deberse a las sobrecargas accidentales no uniformes, como una nevada combinada con viento¹, o un gradiente de temperatura espacial (provocado por la exposición parcial de la estructura al sol), o cargas agregadas por una variación en la destinación del uso. El primer caso, como ya se menciono, resulta improbable que se verifique en una cúpula (y el gradiente de temperatura espacial no resulta ser particularmente influyente²); del mismo modo es improbable que se verifique el segundo, desde el momento en que las iglesias no varían el uso y en cada caso la cobertura no sufriría este suceso.

1. El envejecimiento no corresponde al deterioro causado por una falta de mantenimiento del edificio.

1. Que ha causado el colapso de la cúpula del C.W. Post de Long Island. Para profundizar v. LEVY - SALVADORI 2002, pp. 32-40.

2. Para profundizar v. BARTOLI-BLASI-GUSELLA 1992.

En vez una hipótesis más que posible es aquella de la acción sísmica, que improvisamente se sobrepone al resto de los desajustes eventuales ya presentes en la estructura. En el reciente Texto Unico de las *Normas Técnicas para las Construcciones* - en el cual se encuentra también la última norma antisísmica- se dice que la acción sísmica sobre las construcciones es generada por el movimiento no uniforme del terreno por efecto de la propagación de las ondas sísmicas; la estructura responde a las fuerzas horizontales que generan un movimiento brusco con fuerzas de inercia opuestas, proporcionales a la masa del edificio. Los terremotos generan, como es fácil imaginar, grandes pérdidas de equilibrio del momento en que las fuerzas horizontales tienden a hacer girar o deslizar aquellos elementos que no están debidamente unidos al resto (fig. 58).

- c) El desplazamiento puede verificarse en las fundaciones o en las estructuras de sostén en elevación. Es necesario precisar que el desajuste se evidencia en el caso de un desplazamiento diferencial, es decir por un movimiento relativo; en el caso de que éste fuera uniforme, la cúpula iría en contra de un movimiento rígido sin sufrir el inicio de algún mecanismo. Se habla en este caso de un "movimiento absoluto", que deja sin variación la forma del sistema entero y por lo tanto las distancias mutuas y la orientación entre sus celdas elementales. Los movimientos absolutos tiene lugar en las fundaciones y son de traslación vertical, traslación horizontal, y rotación entorno a un eje horizontal que queda en el plano de base de los cimientos³.

En los cimientos el movimiento puede ser debido a las causas más diversas. El terreno puede haber sufrido un consolidamiento no uniforme, en primer lugar porque es altamente improbable que la carga de un edificio resulte uniformemente distribuida, y en segundo lugar la misma estratificación del terreno puede no ser uniforme, y esto es temible sobre todo en el caso en el cual existe arcilla en el terreno (fig. 59), que sufre variaciones de volumen en función de su hidratación. Al final pueden aparecer modificaciones en el terreno circundante que alteran su estado compacto, como la construcción de nuevos edificios, la construcción de galerías o el crecimiento de raíces. Igualmente peligrosos son los desajustes debido a las aguas subterráneas, que generan el lavado del terreno de fundación. El agua puede tener diversos orígenes: cursos de agua surgentes o pérdidas de líquidos cloacales (sobre todo en los centros históricos donde las redes cloacales son antiguas). Otro gran problema del agua es su tendencia a desplazarse en función de las diferencias de presiones; es frecuente el fenómeno de la licuefacción, por el cual la carga ejercida por la estructura tiende a sacar el agua del terreno en el cual está compresada¹.

Los sedimentos en los sostenes son una directa consecuencia de los sedimentos en las fundaciones. En el caso en el cual las fundaciones resultan estables los sostenes pueden ceder porque no están en grado de soportar el empuje horizontal de la misma cúpula, iniciando un movimiento de rotación que puede seguir de manera espontánea.



Fig. 58 - Tendencia a girar de una fachada: se nota una fisura diagonal sobre la pared lateral.

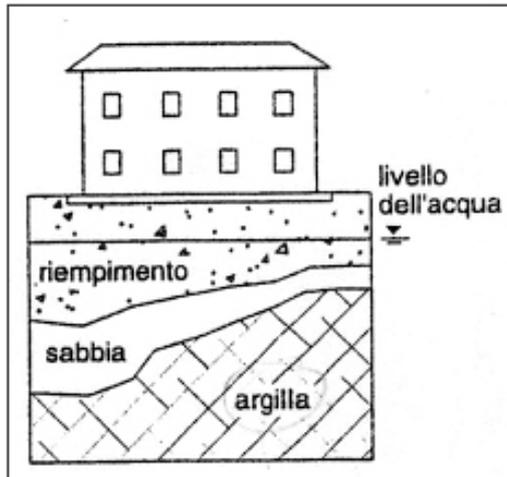


Fig. 59 - Estratificación no uniforme del terreno y presencia de arcilla.

3. El movimiento de la superficie terrestre hacia valle es una combinación del movimiento de traslación vertical hacia abajo y horizontal hacia valle: puede ser absoluto o relativo y solo en el segundo caso se inicia un mecanismo cinemático.

1. Un mecanismo "indoloro" de este tipo de fenómeno es el del Palacio de las Bellas Artes, en la célebre plaza del Zócalo, en Ciudad de México. En los diez años sucesivos a su construcción el Palacio se hundió en el terreno 1.8 m. por licuefacción; solo 30 años después el Palacio se encontraba 1.8 m por encima del nivel de la plaza, porque el resto de los edificios pesados, construidos a su alrededor, había enviado el agua debajo del Palacio según un perfecto sistema hidráulico. Ciudad de México está particularmente sujeta a éste fenómeno desde el momento en que fue construida sobre la cuenca del antiguo lago Texcoco, por lo tanto sobre un terreno rico en agua. Para profundizar v. LEVY - SALVADORI 2002, pp. 155-157.

1.2. Proceso de fisuración.

Comenzamos el párrafo citando el texto de Sistro Mastrodicasa haciendo mención a lo que él denomina fase de rotura originaria. En las masas de mampostería perturbadas el régimen de las fuerzas internas sufre de las variaciones graduales debido a la cercanía de los sucesivos estados de equilibrio en el progreso del desajuste y, contemporáneamente, de los procesos de dilatación y de contracción del material, variables de punto a punto. Si durante estas variaciones en un punto del sólido la dilatación supera los límites de tolerancia a la cohesión del material, en ese punto se establece una solución de continuidad que se propaga apareciendo en la superficie bajo la forma de agrietamiento. Las grietas pueden aparecer rápidamente luego del surgimiento del desajuste, pero la inmediatez con la cual se manifiestan no es necesariamente un índice de gravedad. De hecho en general las grietas tardan en aparecer porque la mampostería tiende a quedarse en su situación de equilibrio.

Veamos entonces cuales son las modalidades a través de las cuales un material frágil, o sea que no tolera tensiones de signo positivo, puede comenzar a fisurarse.

1.2.1. Modalidades elementales de rotura en la mampostería.

Se considere un cubo elemental, constituido de material uniforme y frágil (como la mampostería), sujeto a tensiones normales o tangenciales de compresión o de tracción. Cuando estas tensiones superan el límite tolerable del material, el cual será extremadamente bajo en el caso de tracción, sucede la rotura, siempre en el plano perpendicular a la máxima tracción. A continuación se tratan los casos específicos¹:

Se apliquen en una cara del cubo, ubicado en un espacio de coordenadas xyz , las **fuerzas normales** de:

- **tracción en la dirección x** (fig. 60)¹²⁹. El cubo se dilata a lo largo de x y se contrae a lo largo de y y z (las dos contracciones tienen valores iguales). El plano de rotura es perpendicular a x (dirección de máxima dilatación), entonces paralelo al plano yz ;
- **tracción en las dos direcciones perpendiculares y y z** . El cubo se dilata a lo largo de x y z (la dilatación mayor tiene lugar hacia la dirección de traslación mayor) y se contrae a lo largo de y . El plano de rotura es perpendicular a la dirección de máxima dilatación. Si las tensiones aplicadas son iguales el plano de rotura queda indeterminado;
- **compresión en la dirección x** . El cubo se contrae a lo largo de x y se dilata a lo largo de y y z . Dado que las dos direcciones tienen valores iguales, el plano de rotura se mantiene indeterminado;
- **compresión en las direcciones perpendiculares x y z** . El cubo se contrae a lo largo de x y z (la mayor contracción aparece a lo largo de la dirección de compresión mayor) y se dilata a lo largo de y . El plano de rotura es perpendicular a y (dirección de máxima dilatación), por lo tanto paralelo al plano xz ;
- **tracción en la dirección x y compresión en la dirección perpendicular z** . El cubo se dilata a lo largo de x y se contrae a lo largo de z . A lo largo de y se contrae o se dilata en función de los valores de la tracción y de la compresión: si prevalece la tracción el cubo se contrae, si prevalece la compresión se dilata. El plano de rotura es de todas maneras perpendicular a x (dirección de máxima dilatación);
- **tracción en las tres direcciones perpendiculares**. Lo que sucede en el cubo depende de los valores de las tensiones. En general si las tensiones son todas diferentes, el plano de fractura es perpendicular a la dirección de la mayor tensión; si dos de las tensiones son iguales entre ellas el plano de rotura es indeterminado; si las tensiones son todas iguales el plano de rotura es indeterminado según un grado más elevado.

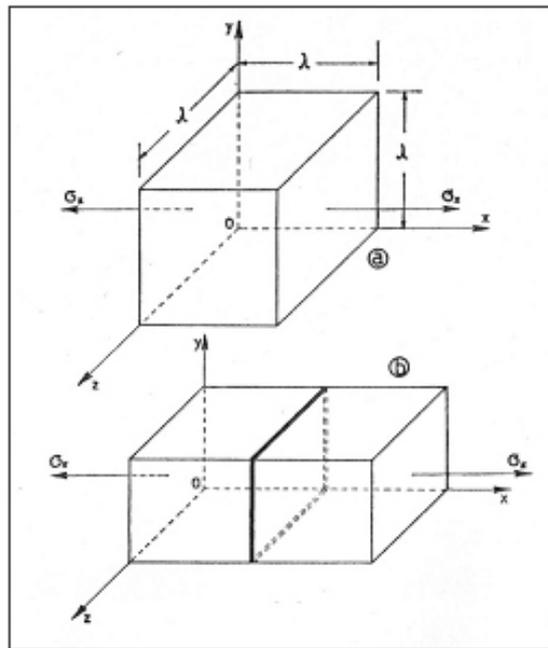


Fig. 60 - Tracción en la dirección x .

1. No parece importante mostrar la teoría entera de los prismas elementales, sino simplemente evidenciar las conclusiones. Para profundizar v. MASTRODICASA 1999, pp. 12-30.

129. MASTRODICASA 1999, p. 12.

Se considere ahora la aplicación de fuerzas tangenciales a las caras del cubo (fig. 61)¹³⁰. La resultante del par de fuerzas tangenciales sobre una esquina es una fuerza de tracción, inclinada a 45°, aplicada sobre la misma esquina; ésta fuerza de tracción hace que el cubo se dilate en su dirección y se contraiga en la dirección perpendicular. El plano de rotura es entonces perpendicular a la dirección de la tracción.

Al final se hipotetize que estén presentes **tensiones normales y tangenciales**; las resultantes de las fuerzas están esquematizadas en fig. 62¹³¹ y derivan de la combinación de los planos de rotura resultantes de las fuerzas singulares.

Sobre cualquier fisura que aparezca en un material frágil, se puede entonces imaginar de posicionar un cubo elemental según las direcciones sugeridas por la misma fisura, para individualizar en base a la modalidad elemental de rotura definida las direcciones de las fuerzas que han originado el desajuste. Pero en la mampostería intervienen factores por los cuales los esquemas examinados precedentemente están sujetos a modificaciones.

En primer lugar el cubo se hipotetiza de material homogéneo, mientras la mampostería esta compuesta por el bloque y el mortero (excepto en las mamposterías a seco): el mortero es el elemento más débil desde el punto de vista mecánico. No obstante esto en el caso en el cual el mortero sea escaso no llega normalmente a rotura, porque las sollicitaciones tienden a cambiarse entre los bloques; la rotura se verifica en el mortero solo en el caso en el cual éste sea particularmente pobre o este presente en grandes cantidades. Además las juntas y sus disposición, no previstas en los esquemas anteriores, determinan concentraciones de tensiones que influyen muchísimo en el inicio y en las modalidades de rotura. Se piense en las roturas debido a las tensiones tangenciales; ésta puede ocurrir por desplazamientos de las juntas horizontales, por deslizamiento en el sentido de las juntas verticales, por fisuración diagonal con desplazamiento según las juntas horizontales y verticales o con rotura de los ladrillos o del mortero¹³², según las fuerzas que se intercambian juntas y bloques. En los primeros tres casos la fisuración resulta escalonada en ves de continua como en el cuarto, y eso es debido a la textura².

Se retome ahora el caso de *aplastamiento*, es decir de compresión en una dirección. El estudio del cubo se había llevado hipotetizando la ausencia de fricción, pero es claro que esto no se corresponde con la realidad en la mampostería. La rotura por *aplastamiento*, que en ausencia de fricción es producida solo de las tensiones normales y surge según planos verticales que se intersectan, sufre una sustancial modificación en cuanto es generada no solo por las tensiones normales sino también por las tensiones tangenciales de fricción. Se

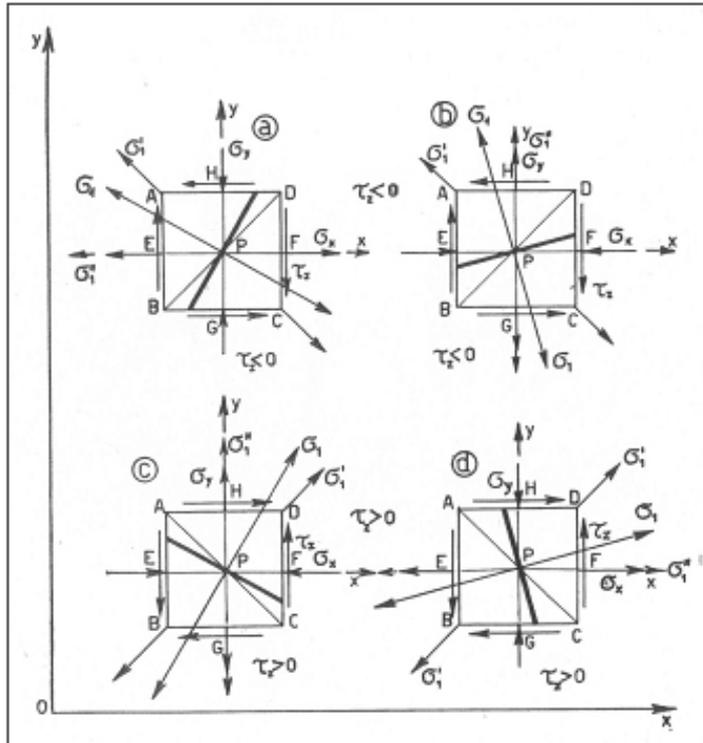


Fig. 62 - Tensiones normales y tangenciales.

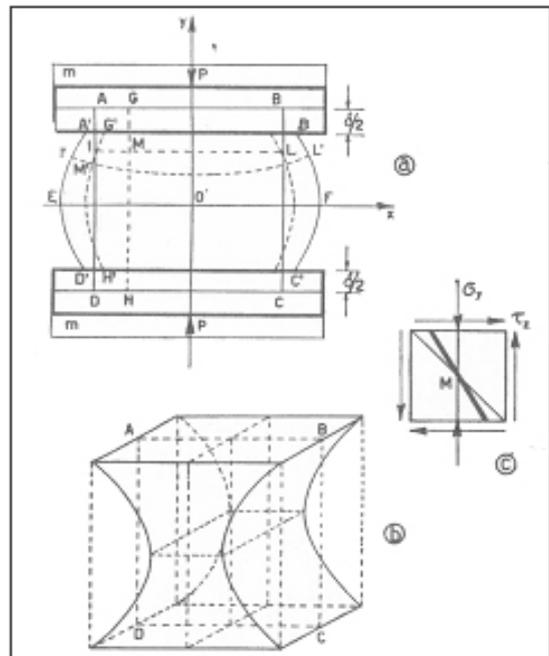


Fig. 63 - Rotura hiperboloidica directa.

130. MASTRODICASA 1999, p. 19.

131. MASTRODICASA 1999, p. 27.

132. V. IENTILE 2001, p. 58.

2. Por ejemplos las fracturas a lo largo de los meridianos en S. Maria del Fiore siguen el perfil de la *spina di pesce*.

piense al mismo cubo comprendido en una plancha. Al interfase entre la plancha y el cubo se desarrollan fuerzas de fricción, por las cuales las caras laterales tienden a inflarse según el externo, y el reinflado es tanto mayor cuanto más se acerca al plano horizontal medio (fig. 63)¹³³. Las fuerzas de fricción vienen obviamente disminuyendo a medida que se acerca al plano vertical medio o al plano horizontal medio. De la combinación de las tensiones normales y tangenciales, que vienen modificándose verticalmente y horizontalmente, viene determinada la superficie de rotura: en las esquinas donde aparece la influencia de las tensiones tangenciales y están presentes solo las tensiones normales, es vertical. De la sucesión de planos de rotura arranca una línea que tiene la forma de hiperboloide.

1.2.2. Inicio, directris y propagación de las fisuras.

Ahora la pregunta es cual es el punto exacto en el cual se inicia la fisuración en un material frágil y cual es la dirección en la cual ésta fisura se propaga.

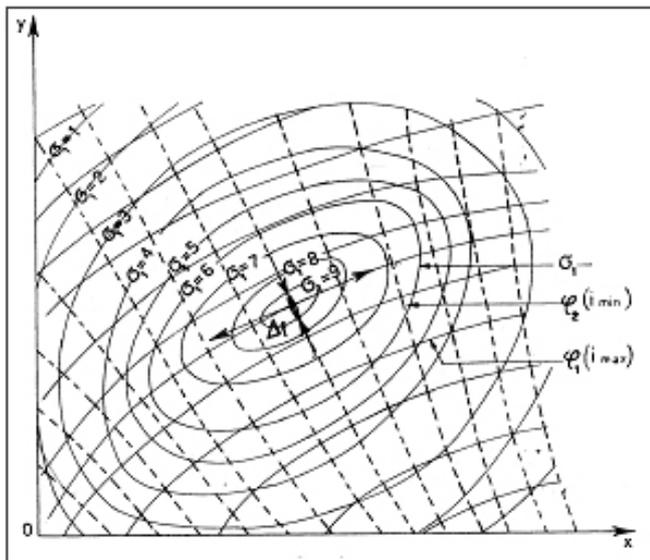
Se considere un sólido plano en equilibrio del cual se conocen en cada punto el estado interno de tensiones generado de las tensiones elementales σ_x , σ_y e τ_z . En un cierto número de puntos se determinan los valores de las tensiones ideales máximas σ_{i1} y mínima σ_{i2} y se grafican los pequeños segmentos representativos de sus direcciones¹. Escojiendo oportunamente los puntos examinados y uniendo los segmentos de las tensiones ideales máximas de un lado y de las mínimas del otro, se forman una serie de curvas: las primeras son llamadas *hisostáticas de máxima* y las segundas *hisostáticas de mínima* (fig. 64)¹³⁴. Ahora se individualizan los puntos en los cuales la tensión ideal máxima asume un valor constante: uniendolos se obtiene un sistema de curvas llamadas *hisodinámicas* (isobaras) de máximo, cada una de las cuales constituye el lugar de los puntos a la misma tensión máxima. Si se supone que el valor más grande de las tensiones ideales máximas, correspondiente al valor constante de la hisodinámica de máximo central, supera los valores de las tensiones admisibles de la mampostería, en ese punto llamado *punto de origen de la rotura* inicia la fisuración.

Si se define la *dirección originaria de las tensiones ideales* como el lugar de los puntos en los cuales una hisostática de máxima es tangente a una isodinámica de máxima (un solo punto para cada hisostática de máxima), es decir la isodinámica de máxima con un valor absoluto más grande entre aquellas intersectadas por la hisostática de máxima (fig. 65c)¹³⁵. En este punto, en función de los particulares estados de la tensión interna de la mampostería, los métodos de propagación de la fisura son tres (fig. 65):

- 1) de rama única, a lo largo de la dirección originaria;
- 2) de rama única, a lo largo de la dirección de la hisostática de mínimo en el punto en el cual se está iniciando la fisura. Se coteja en el caso en el cual las tensiones ideales máximas en las cúspides de las fisuras sean mayores de las tensiones ideales máximas en los otros puntos de la dirección originaria. En este caso la dirección de la fisura es perpendicular en cada uno de sus puntos a las isostáticas de máxima, cuyo valor disminuye al alejarse de la fisura;
- 3) de rama múltiple a lo largo de las direcciones de más hisostáticas de mínimo, con los centros dislocados hacia las directrices originarias. Se coteja en el caso en el cual las tensiones ideales máximas en la cúspide de la fisura son menores de las tensiones ideales máximas en otros puntos de las direcciones originarias.

Una vez iniciada la propagación de la fisura el fenómeno de desajuste puede ser subdividido en tres fases. En cada una de éstas son determinables algunos parámetros que permiten individualizar las modificaciones de los estados de sollicitación y la naturaleza de los movimientos:

- 1) *fase de fisuración capilar*, de inicio y propagación de la fisura. Esta fase a su vez tiene dos momentos:
 - a) inicial: la fisura tiene una amplitud tan pequeña que solo se puede definir su dirección; b) avanzada:



133. MASTRODICASA 1999, p. 40.

1. Es decir las tensiones cuyo valor está determinado por la contribución de todas las tensiones principales y cuya dirección es aquella de las tensiones principales. Para profundizar v. MASTRODICASA 1999, pp. 16-18.

134. MASTRODICASA 1999, p. 32.

135. MASTRODICASA 1999, p. 36.

los bordes de la fisura ya no resultan paralelos sino se curvan, con una separación máxima en el centro de la fisura. Se pueden individualizar los puntos correspondientes en los dos bordes de la fisura y estudiar su alineación, sacando las direcciones de máxima tensión y determinando las diferentes amplitudes de las fisuras. En el caso en que la fisura no alcanza los bordes del sólido el centro estará en fase de fisuración avanzada y la cúspide en fase inicial.

- 2) *fase de rotación*. En el momento en el cual las dos partes del sólido separadas por la fractura se separan la una de la otra, aquella que cede sufre una rotación rígida llamada *rotación secundaria*¹; tal rotación aleja las dos superficies de fractura y la parte que cede puede abandonarse al movimiento, del momento en que los bordes no se tratan más el uno con el otro. Determinando la trayectoria de los puntos pertenecientes a la parte del sólido en movimiento se puede individualizar el centro de rotación.
- 3) *fase de completa separación*, en el cual la parte que sufre la cesión se desprende del resto del sólido. Las informaciones recabables en las fases de separación precedentes son pérdidas.

1.2.3. Los instrumentos de control.

El daño debe ser estudiado a través de instrumentos de control que provean datos cualitativos y cuantitativos sobre las fisuras y sobre sus progresión.

Para medir las variaciones de amplitud en las fisuras se puede utilizar el método, que si bien es viejo es eficaz, de la aplicación de testigos que atraviezen la fisura. Estos tienen forma de rectángulo más sutil en el medio, generalmente son en mortero y se aplican perpendicularmente a la fisura en correspondencia al centro (fig. 66)¹³⁶. Son introducidas en el grosor del revoque, removiendolo y limpiando adecuadamente la superficie, de manera que el indicador sea conectado directamente al muro, o en la misma mampostería, curando de no efectuar un martillamiento excesivo que podria ser danino. En los extremos es oportuno utilizar mortero hidráulico, evitando el uso del cemento que encoje durante la compactación generando roturas independientes mal interpretables; en las paredes internas secas se pueden usar morteros del tipo aereos. No se deben usar indicadores de vidrio, que es un material más resistente sea del revoque sea de la mampostería, entonces menos sensible a la indicación de movimiento (fig. 67). La rotura de un indicador muestra el hecho de que el centro de la fisura se está alargando, por lo cual se procede a removerlo y a colocar uno nuevo con el objetivo de continuar el control del proceso de fisuración. Contemporaneamente a las mediciones del centro es útil registrar el punto en el cual se encuentra el extremo de la fisura, con una señal de lapiz trazado sobre el muro, acompañado de la fecha. En este modo es posible verificar si la fisura se alarga o no.

La medición de los centros y extremos efectuada de ésta manera es poco precisa. Desde el momento que no permite identificar la naturaleza del desajuste se utiliza solo en los casos en cuales esa ésta ya nota, para meter en evidencia si el desajuste esta todavía en acción o si la estructura ha encontrado un nuevo equilibrio con la consegunte extinción del movimiento. Graficando los resultados obtenidos experimentalmente, se

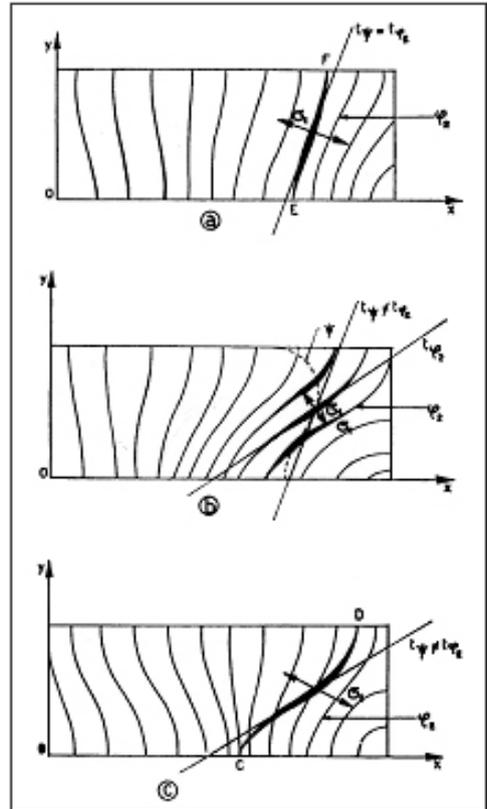


Fig. 65 - Los tres métodos de propagación de la fisura.

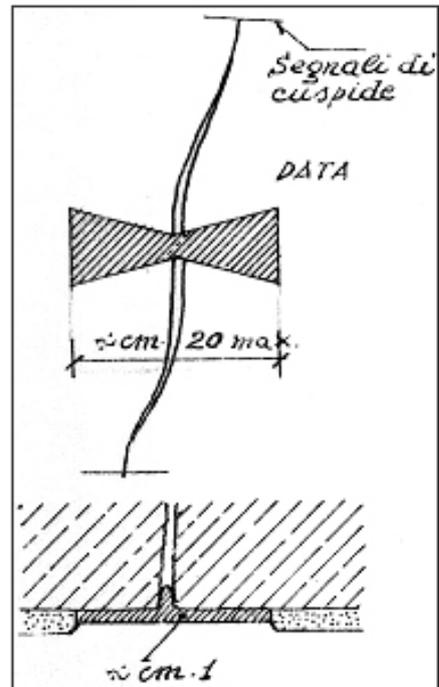


Fig. 66 - Testigos en mortero perpendiculares a la fisura.

1. Porque es un movimiento provocado por el desajuste. Los movimientos primarios son aquellos que provocan el desajuste. 136. CIGNI 1978, p. 59.

pueden verificar tres situaciones (fig. 68)¹³⁷: a) *progresion acelerada*, la mas peligrosa: la rapidez con la cual el desajuste avanza aumenta en el tiempo; b) *progresion demorada*: el desajuste tiende a apagarse como la estructura encuentra un nuevo equilibrio; c) *progresion uniforme* en el tiempo.

Para remontarnos a la naturaleza del movimiento se pueden utilizar los *deformómetros*, o sea instrumentos de medición dotados de una precisión comprendida entre 1 y 10 μm . El instrumento está constituido de un envoltorio al interior del cual se deslizan dos barras metálicas, dotadas de dos puntas en las extremidades; al momento de la medición tales puntas vienen introducidas en el hueco de dos bases pegadas sobre puntos opuestos próximos al centro de la fisura (fig. 67).



Fig. 67 - Indicador en vidrio y bases para el deformómetro, aplicadas sobre un bloque suficientemente resistente.

Para identificar el movimiento se ponen dos bases A y B de un lado de la fisura y una base C del otro, de manera que AC sea perpendicular a BC, y se efectúan las mediciones de las distancias AC y BC a intervalos de tiempo regulares. De este modo se puede remontar a la trayectoria recorrida por C: si C, C₁ y C₂ no están alineadas significa que el movimiento es rotatorio. Para individualizar el centro de rotación se traza la perpendicular a la tangente en (mínimo) dos puntos de la curva C¹³⁸.

En alternativa a este tipo de prueba, que evalúa un solo parámetro en un momento dado, hoy se puede recurrir a sistemas de monitoreo más evolucionados, que controlan constantemente y contemporáneamente un gran número de parámetros. Recurriendo a aparatos modernos se efectúan mediciones más sensibles y precisas y, fundamentalmente, se pueden relacionar entre ellas las variaciones de diferentes parámetros. El monitoreo tiene también otras ventajas: limita drásticamente la intervención humana, desde el momento en que la mano de obra es mínima y necesaria por poco tiempo; esto influye también sobre los costos, que disminuyen porque no es necesario mantener el andamiaje en ejercicio reduciendo la utilización de la construcción.

En un monitoreo se tiende a controlar el mayor número de parámetros posibles, más allá del estado de fisuración: las tensiones internas, el estado termogravimétrico del ambiente y de la mampostería, la radiación solar, la dirección y velocidad del viento. Los movimientos son monitoreados con gran esmero, utilizando instrumentos particulares: *telecoordinómetros*, que individualizan los desplazamientos horizontales con respecto a una línea vertical de referencia; *niveles*, que individualizan los desplazamientos verticales con respecto a una línea horizontal de referencia; *piezómetros*, que controlan las variaciones de nivel de la capa.

Las lecturas de los instrumentos realizadas diariamente por períodos muy largos se grafican. Así entonces es posible proceder a la eliminación de las influencias de las estaciones (en verano *parece* que los movimientos disminuyan,

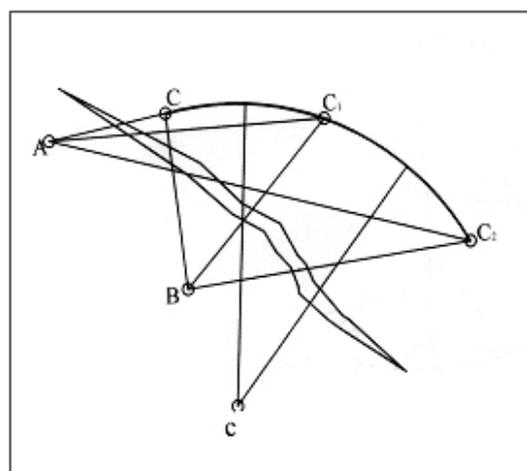
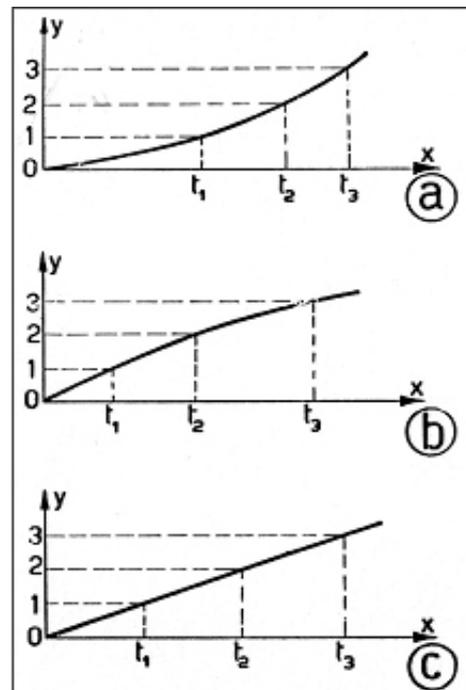


Fig. 69 - Identificación del movimiento.

137. MASTRODICASA 1999, p. 119.

138. V. CIGNI 1978, pp. 58-63.

porque los volúmenes aumentan reduciendo las fisuras, y viceversa), que no serían individualizables en periodos de tiempo cortos. La gran utilidad de los gráficos obtenidos de los monitoreos es la de prever lo que sucedera, entonces individualizar eventuales anomalías respecto al proceso previsto, efectuando las intervenciones a tiempo¹.

1.3. Aspecto de las fisuras e inspecciones sobre la mampostería.

El último anillo de la cadena del desajuste es por lo tanto la misma fisura. En el momento en el cual el técnico se dispone a examinar la fisura, sabe que debiera examinar a retroceso el curso lógico en el cual la misma se llevo a cabo. Un detallado examen visual puede ser extremadamente útil para identificar particularidades que pueden ayudar a comprender el desajuste.

Tratándose de un análisis visual, en el caso en el que la mampostería sea recubierta con revoque, es necesario removerlo para saber cual es el estado fisurativo real: sobre el revoque no se manifiesta la fisura verdadera sino solo su reflejo, creando notables diferencias entre el aspecto exterior y la realidad, sobre todo en las mamposterías antiguas. El hecho de que frecuentemente el revoque esconda grietas enormes no significa que cualquier fisura que lo acompaña implique un proceso de daño debajo de él: de hecho muchas veces las fisuras sobre el revoque son una muestra de su contracción durante el secado, el prensado y el endurecimiento, y no de un daño estático.

La fisura, una vez revelada, como ya se vio tiene forma lenticular, con vientre central y cuspides en la punta (fig. 67). La particular forma asumida por la fisura se debe al hecho de que la zona central más solicitada, donde los bordes originalmente se destacan, no está más sujeta a enlaces recíprocos por lo cual los bordes se contraen. La fisuración puede ser a rama única o a ramás múltiples, puede cortar toda la superficie o limitarse a una porción, extenderse en profundidad o ser superficial; cualquiera de éstas características junto con otras permiten deducir particularidades importantes del daño. Es muy importante a los fines de un diagnóstico correcto saber reconocer una fisura vieja de una nueva, observando su aspecto. Esto permite distinguir los estados fisurativos debidos a deformaciones que se originan durante las fases constructivas de estados fisurativos consecuencia de daños o desplazamientos contemporáneos: un interpretación equivocada puede conducir a consolidamientos inútiles y muy dañinos o a intervenciones faltantes. Las fisuras nuevas, generalmente presentan bordes vivos y superficies de rotura limpias, mientras que las viejas tienen bordes redondeados y superficies de rotura ennegrecidas y polvorientas (en función del ambiente en cual se encuentran). En el caso en cual los daños no actúan más las fisuras tendrán un aspecto uniformemente viejo; en cambio en el caso en el cual los daños actúan aún, las fisuras no tendrán un aspecto homogéneo sino parecerán viejas en el centro y nuevas hacia los extremos. Aun que se pueda comprender si una fisura es reciente o no, no es posible remontarla a un preciso momento temporal porque son demasiados los factores que concurren a determinar sus características: humedad, calidad de los materiales, suciedad y polvo, gases.

La estratigrafía y las propiedades de la mampostería sobre los cuales insiste la fisura, deben luego ser objeto de un análisis posterior, que permite conocer las condiciones de contorno que han acompañado y eventualmente favorecido el inicio de la fisura.

Las pruebas sobre la mampostería pueden ser destructivas o no. Obviamente se prefieren siempre, cuando sea posible, las segundas. Tras las pruebas no destructivas, de efectuarse en las proximidades de las fisuraciones, entran aquellas de resistencia a la compresión mediante *sclerometro*, o sea una barra cilíndrica que golpea la mampostería “rebotando” proporcionalmente con su dureza, o mediante un aparato de ultrasonido, que mide la velocidad de propagación de un impulso sonoro en la masa de la mampostería con la cual la resistencia de compresión del material esta relacionada¹⁴⁰. Para identificar los varios componentes internos a la mampostería, se puede también recurrir a la inserción de sondas endoscópicas en la fisura, que efectúan una registración filmada de la fisura en profundidad.

Los ensayos destructivos deben estar, por cuanto se posible, limitados a los edificios sin valor monumental. Para extraer muestras del material se utilizan sondas rotativas, que son tubos de acero que terminan en una corona dentada. Sobre las muestras se efectúan pruebas de resistencia (a la compresión, a la flexión, por golpe) y pruebas de uso, vienen determinados el módulo de Young, el peso específico, el coeficiente de *imbibizione*¹⁴¹, la permeabilidad¹⁴² y otros parámetros necesarios. Otro ensayo semi-destructivo esta constituido por las pruebas con *martinetti piatti*, para determinar las tensiones internas de la mampostería. Después de haber efectuado un pequeño corte en el revestimiento se inserta el

1. Per approfondimenti v. ALMESBERGER - RIZZO - FABBRO 1992; BARTOLI - BLASI - GUSELLA 1992.

140. Para profundizar v. AMERIO - CANAVESIO 1999, p. 223.

141. Capacidad de un material de dejarse penetrar por un líquido cuando se sumerge en él y de retenerlo después de la sumersión, sin que se verifiquen fenómenos químicos.

142. Predisposición a dejarse atravesar, más o menos fácilmente, de un líquido o gas.

martinetto, la presión ejercida corresponde, según algunos factores correctivos, a la tensión interna de la mampostería.

1.4. El ejemplo de la estructura del arco.

Se muestra ahora el estudio generalizado de los mecanismos de rotura que provocan desajustes, y eventualmente colapsos, en los arcos de mampostería, cuyo principio estructural es similar al de las cúpulas. Se trata además el tema de las verificaciones de seguridad que determinan cuando el arco puede ser o no considerado seguro.

1.4.1. Mecanismos de rotura.

Se vio que si el esfuerzo normal en un arco no es contenido al interno del tercio medio aparecen los esfuerzos de tracción y se crea un cierto número de codos que permiten a los elementos adyacentes rotar uno con respecto al otro. Está demostrado experimentalmente¹⁴³ que si el esfuerzo permanece comprendido entre el intrados y el extrados el arco no colapsa, aunque se fisure en más puntos; si en cambio sale del perfil del arco es posible que el mecanismo cinemático lleve al colapso. Por ésto es siempre necesario verificar la modalidad de formación de los codos.

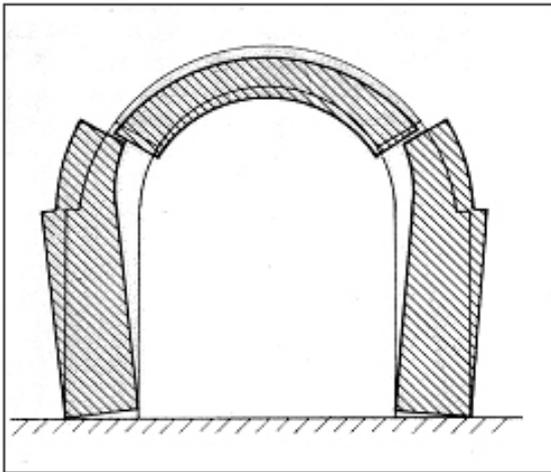


Fig. 70 - Mecanismo de rotura del arco hipotizado por De la Hire.

Los mecanismos de rotura en los arcos han sido muy estudiados en la historia. Es nuevamente el nombre de De la Hire a ser citado por primero: el introduce el concepto de junta de rotura, o sea aquella sección del arco en la cual es más probable que surga la fisura inicial. En las ecuaciones de equilibrio ya citadas en la parte II¹⁴⁴, el arco viene dividido en dos partes: la porción por encima de las juntas de rotura ejerce una fuerza de vuelco sobre las partes laterales del arco, que se supone actúen juntas a las bases y que responden con una reacción estabilizante (fig. 70)¹⁴⁵. De la Hire por lo tanto hipotetiza, en el caso en el cual la fuerza volcante sea mayor que la estabilizante, que el arco tenderá a romperse en tres partes y la junta de rotura se colocará a 45° respecto de la base.

Estas hipótesis vienen tomadas sin sustanciales modificaciones de otros, en los cuales se recuerda a Belidor y el abad Bossut. Para corregir el mecanismo de

De la Hire se necesita todavía la intervención de Charles Coulomb, quien remueve la hipótesis de que las juntas de rotura se encuentran a 45°. Inicia por lo tanto una vena de investigación para determinar las secciones realmente más débiles del arco; Coulomb las encuentra todavía por tentativas, en modo de que el empuje horizontal asuma su máximo valor, pero éste procedimiento resulta ser poco inmediato. Además Coulomb predice que un arco se rompa también en llave¹⁴⁶, por lo cual en cuatro partes y no en tres; esta intuición viene sistemáticamente teorizada por Lorenzo Máscheroni (fig. 71)¹⁴⁷. Una vez identificado el mecanismo de colapso correcto resta solo definir la exacta colocación de las juntas de rotura. Lamé y Clapeyron, en un análisis gráfico sobre una bóveda de barril (comparable a un arco), concluyen que la junta de rotura en el intrados es tal que su tangente encuentra la horizontal pasante por la cima del extrados en llave sobre la vertical del centro de gravedad de la parte superior de la semi-bóveda a la cual tal punto de rotura pertenece. Al final es Mary quien resuelve definitivamente el problema, estableciendo que la junta de rotura en los arcos semicirculares se encuentra a 30°, es decir en los riñones.

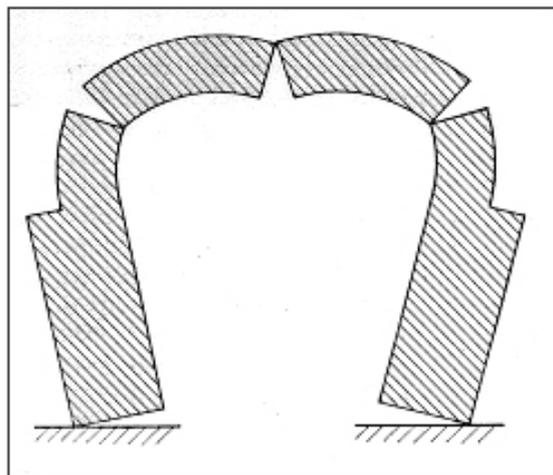


Fig. 71 - Meccanismo di rottura dell'arco ipotizzato da Coulomb e Mascheroni.

143. Del profesor A. J. Sutton Pippard y Leticia Chitty.

144. P. 75.

145. BENVENUTO 1981, p. 331.

146. Siempre que sea simétrico y simétricamente cargado.

147. BENVENUTO 1981, p. 367.

Los mecanismos de rotura en arcos donde la curva de las presiones no esta contenida al interno del tercio medio varían en función del perfil del arco y obviamente de las cargas. En el caso de arcos simétricos y simétricamente cargados, con una carga uniformemente distribuida, generalmente los cinematismos son los siguientes:

- el arco semicircular tiende a deprimirse en llave, donde se inicia una fisura al intrados, y se eleva en los riñones, donde se inicia una fisura al extrados (fig. 71);
- el arco rebajado tiende análogamente a deprimirse en llave, pero se eleva a la base consecuentemente a su perfil particular;
- el arco agudo tiene un mecanismo de colapso contrario: tiende a alzarse en llave, donde se inicia la fisura al extrados, y a deprimirse hacia los riñones, donde se inicia una fisura al intrados (fig. 72)¹⁴⁸.

En el caso de arcos simétricos sujetos a cargas puntuales aplicadas no simétricamente los mecanismos se particularizan, en función de la colocación de la carga y perfil del arco. En general se puede afirmar que el mecanismo de colapso es diferente respecto de aquel visto anteriormente. Se considere un arco generico con una carga puntual colocada no en el centro: esto se transforma en un mecanismo en el momento en el cual se forman cuatro bisagras H_1 , H_2 , H_3 y H_4 , alternativamente al intrados y al extrados (fig. 73)¹⁴⁹, que permiten la rotación relativa de los elementos. H_2 se encuentra a penas sobre el punto de aplicación de P , al extrados; H_1

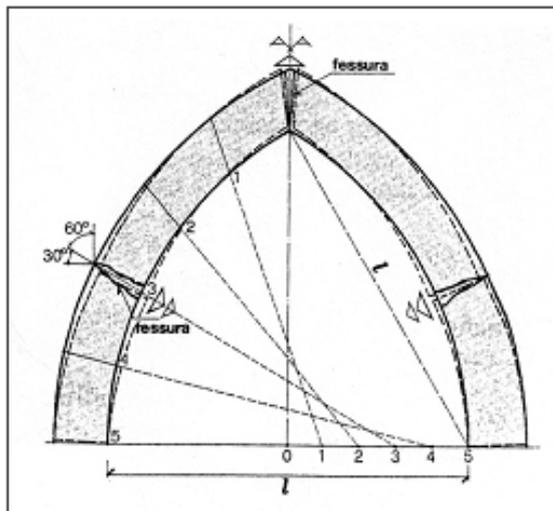


Fig. 72 - Mecanismo de colapso del arco agudo.

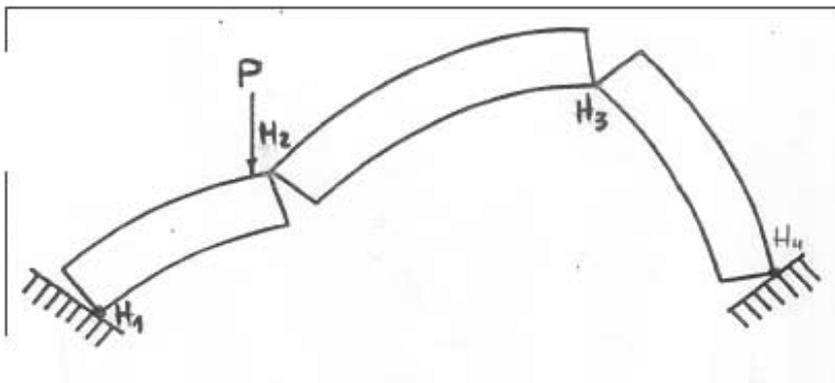


Fig. 73 - El mecanismo del arco, consecuente a la formación de cuatro bisagras, alternativamente al intrados y al extrados.

al intrados a la altura de la junta de rotura (cuya posición no esta definida *a priori*) del lado más cerca de P ; H_4 al extrados a la altura de la otra junta de rotura; H_3 al intrados, en la intersección entre la unión de H_1 y H_2 y la tangente al intrados del arco que pasa por H_4 . El arco se divide entonces en tres partes (excluidas las columnas) y las secciones se colocan verticalmente hacia arriba y hacia abajo¹.

1.4.2. Verificación de seguridad.

Antes de efectuar cualquier tipo de intervención es necesario verificar la seguridad de la estructura, para comprender a pleno el funcionamiento de las tensiones internas y determinar si es necesaria o no una consolidación. La seguridad se establece en función a la relación entre el estado de las tensiones internas a la estructura, debido a su propio peso y a las cargas aplicadas, y a una tensión de referencia; el valor de tal relación, llamado *coeficiente de seguridad*, es fijado por las normas.

Es común cotejar en los arcos el cuadro de agrietamiento que surge de los mecanismos vistos en el parrafo anterior, pero esto no significa que todos los arcos esten al riesgo de un efectivo colapso del momento en que las fisuras pueden simplemente indicar una ligera cesión de las columnas hacia el exterior, despues establecida. Eso no elimina la importancia de verificar la seguridad del arco en cuestión. Las modalidades de verificación varían en función de lo se esta investigando.

148. DI PASQUALE - MESSINA 1995, p. 122.

149. KOOHARIAN 1952, p. 324.

1. V. KOOHARIAN 1952.

Se estudie en primer lugar el caso en el cual se desea encontrar la carga máxima que un arco dado puede soportar. Se efectúa un *análisis límite*, el cual se basa sobre el cálculo de las cargas que efectivamente producen un colapso en el arco. El II Teorema del análisis límite afirma que habrá un colapso si se puede encontrar un estado de colapso cinemáticamente admisible, es decir si el trabajo externo es mayor o igual al trabajo interno ($L_{avP} \geq L_{av\omega}$). La carga que satisface el II Teorema es aquella que determina el colapso, provocando el surgimiento de un número de bisagras plásticas tal que reduce el arco a un mecanismo. La *carga real* de colapso será la más pequeña de todas las posibles cargas de colapso.

Para aclarar se muestra el siguiente ejemplo (fig. 74)¹⁵⁰. Se considere un arco cargado por una fuerza externa puntual, colocada no en el centro, y por el propio peso ω , que se imagina distribuido uniformemente a lo largo de la proyección horizontal del arco¹. Se individualizan las bisagras según el criterio definido en el párrafo 1.4.1. y se traen los diagramas de los movimientos verticales². Establecidas gráficamente las distancias horizontales el trabajo realizado por P vale:

$$L_{avP} = P \times \left[\delta - \left(\frac{\delta}{0.25L} \times 0.05L \right) \right] = +0.8P\delta$$

El trabajo hecho por ω vale:

$$L_{av\omega} = \left(\omega \times \frac{0.3L \times \delta}{2} \right) - \left(\omega \times \frac{0.7L \times 8\delta}{2} \right) = -2.65\omega L\delta$$

Por el II Teorema del análisis límite [III - 29]:

$$L_{avP} - L_{av\omega} \geq 0 \rightarrow P \geq 3.31\omega L$$

De este modo es definido el valor máximo de carga P soportable por la estructura sin que se inicien mecanismos cinemáticos; si P supera tal valor la estructura no es segura y colapsa.

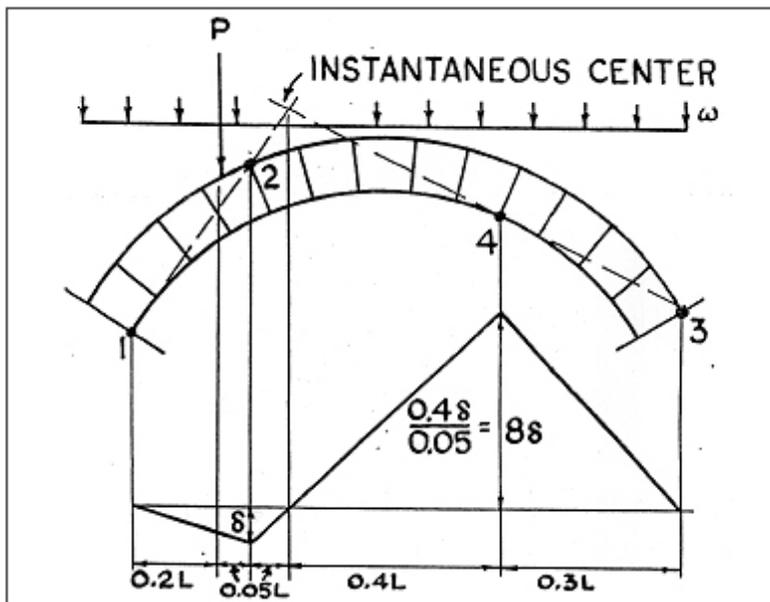


Fig. 74 - Cálculo del trabajo volcante y estabilizante de un arco sujeto a una carga puntual.

Se efectúe ahora el procedimiento inverso: dada una carga nota aplicada a un arco determinado, se debe establecer si la carga lleva el arco al colapso. La primera operación es aquella de verificar gráficamente si existe al menos una curva de las presiones contenida en el tercer medio: en tal caso la carga no llevara al colapso. Si no se individualiza es posible que no sea tomada en consideración la curva de las presiones correcta entre las infinitas curvas individuables. Para obviar este límite evidente del método gráfico se opera nuevamente a través del análisis límite. Se retome entre las curvas examinadas aquella que es lo más interna posible al arco; en el punto en el cual es mayormente externa se coloca una bisagra

150. KOOHARIAN 1952, p. 325.

1. Aún si en realidad el propio peso está distribuido uniformemente a lo largo de la directriz del arco.

2. El desplazamiento δ es arbitrario, los otros desplazamientos son unívocamente determinados por δ .

hipotética. Efectuando el diagrama de los movimientos se puede calcular el trabajo externo. Si tal trabajo resulta "muy negativo" probablemente la carga no conducirá al colapso entonces se continua buscando una curva de las presiones que yace al interior del perfil del arco. Si en cambio resulta "poco negativo" se debe reubicar tentativamente la bisagra, de manera que el trabajo externo resulte positivo. De esta manera se demuestra que la carga no es segura¹.

En el momento en cual se determino que existe una curva de las presiones interna al arco se puede efectuar la verificación de las tensiones admisibles. Desde la curva de las presiones se saca en cada sección del arco el sentido, el modulo y el punto de aplicación de la fuerza. Descomponiendo la fuerza según las direcciones perpendiculares y paralelas a la sección del arco se obtiene el esfuerzo normal N, el corte T y el momento de flección $M = N \times e$.

El esfuerzo normal y el momento de flección determinan las tensiones s, cuyo valor máximo es función del punto de aplicación de N; en el caso en que este sea interna al tercio medio σ_{max} vale [III - 30]:

$$\sigma_{max} = \frac{N}{b \times s} \left(1 + \frac{6e}{s} \right) \leq \bar{\sigma}_m$$

en el caso en que sea externa al tercio medio vale [III - 31]:

$$\sigma_{max} = \frac{2N}{3b \times u} \leq \bar{\sigma}_m$$

donde b es el ancho de la sección del arco, s el alto, u la distancia de N al borde mayormente comprendido y e la excentricidad de N con respecto al baricentro de la sección. Para los valores de las tensiones admisibles se vea la norma.

En cuanto al corte debe valer [III - 32]:

$$T \leq \frac{f \times N}{1,5}$$

donde f es el coeficiente de fricción del mortero de las juntas, que se asume pares a 0.7; 1.5 es el grado de seguridad. Al final τ_{max} vale, en el caso de la aplicación interna al tercio medio [III - 33].

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{T}{b \times s} \leq \bar{\tau}_m$$

en el caso del punto de aplicación externo al tercio medio encambio vale [III - 34]:

$$\tau_{max} = \frac{1}{2} \frac{T}{b \times u} \leq \bar{\tau}_m$$

Normalmente la validez de [III - 33] y [III - 34] implica la validez de [III - 32]. Para los valores de las tensiones admisibles se vean aquellos de la norma.

2. Las cúpulas.

Se continua ahora con un examen más específico de los desajustes que pueden sufrir los organismos cúpulares. Ya en el parrafo 1.1 el examen de las causas de los desajustes hace referencia e particular a este tipo de estructuras. Ahora se consideraran específicamente los tipos de fisuras en relación a las causas que los han determinado; se expondrá la metodología de verificación de seguridad de las estructuras; se propondran las soluciones de consolidamiento más adecuadas.

2.1. Incurvamiento y inestabilidad.

El incurvamiento aparece a causa de esfuerzos de compresion debidos a una carga permanente relativamente alta, que con el tiempo pueden llevar en un primer momento ad un corrimiento de las secciones y en un segundo momento a grandes desplazamientos. En una cúpula los movimientos perpendiculares a su superficie media comportan un cambio en la inclinacion, entonces las cupulas sutiles, como confian en su mismo perfil para soportar las cargas, son particularmente suceptibles a los grandes desplazamientos y consecuentemente al incurvamiento.

1. V. KOOHARIAN 1952.

La presión de incurvamiento q_{cr} sobre una cúpula sutil hemisférica es dada por [III - 35]:

$$q_{cr} = CE \left(\frac{t}{r} \right)^2$$

donde t es el espesor de la cúpula, r su radio y E el Modulo de Young; C vale:

$$C = \frac{2}{\sqrt{3(1-\nu^2)}}$$

donde ν es el coeficiente de Poisson. En realidad esta demostrado que C es mucho más pequeño si comparado con este valor¹⁵³. La ecuacion permite entender como la inestabilidad sea un problema particular para las cúpulas muy sutiles.

2.2 Andamentos fisurativos.

La cúpula de mampostería hemisférica presenta un cuadro de fisuras típico debido a su particular estado de tensión interna: se ha visto como los paralelos a partir de una cierta latitud hacia la base son expuestos a tracción, que como es notorio la mampostería no lo soporta. En realidad en una primer fase la mampostería logra tolerar tales tracciones, pero sucesivamente a causa de la fatiga o del degrado de los materiales, o de eventos particulares como movimientos sísmicos, la mampostería ya no soporta ningun esfuerzo de tracción, por lo cual surge una *rotura diferida*. Aparecen fisuras radiales a lo largo de los meridianos, perpendiculares a la dirección de las tensiones mayores a lo largo de los paralelos. (fig. 75)¹⁵⁴; tales fisuras interrumpen los paralelos anulando su acción y mobilizando el empuje horizontal, así que la base de la cúpula tiende a ensancharse y como sucedia en los arcos la llave tiende a deprimirse. La cúpula permanece intacta superiormente, hasta un determinado valor de latitud que en la cúpula hemisférica corresponde a unos 65° (considerando la base a 0°). Este valor de latitud es mayor respecto a la latitud que delimita la linea de los paralelos expuestos a tracción, desde el momento en que los meridianos aislados, no siendo más contenidos por los paralelos, tienden a fleccionarse permitiendo la propagacion de la fisura. La latitud que delimita el inicio de la fisuración meridiana, a igualdad de luz de la cúpula, varia en base a dos parámetros: a) la flecha: en una cúpula rebajada (con flecha menor) tal latitud es mayor que en una cúpula hemisférica; b) el espesor: en una cúpula espesa tal latitud es mayor que en una cúpula sutil (fig. 76)¹⁵⁵.

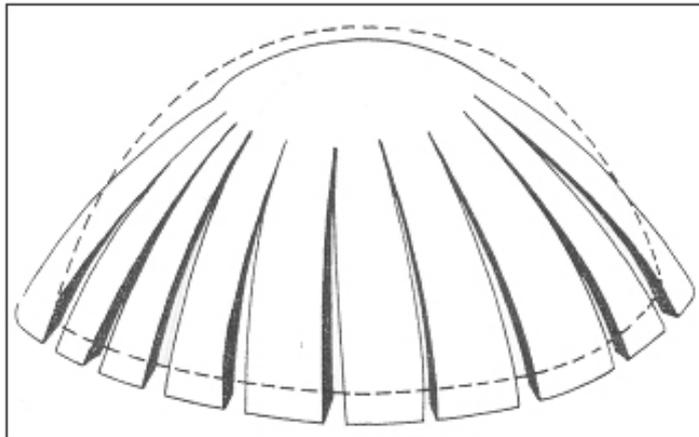


Fig. 75 - Dirección de las fisuraciones a lo largo de los meridianos, perpendiculares a las mayores tensiones.

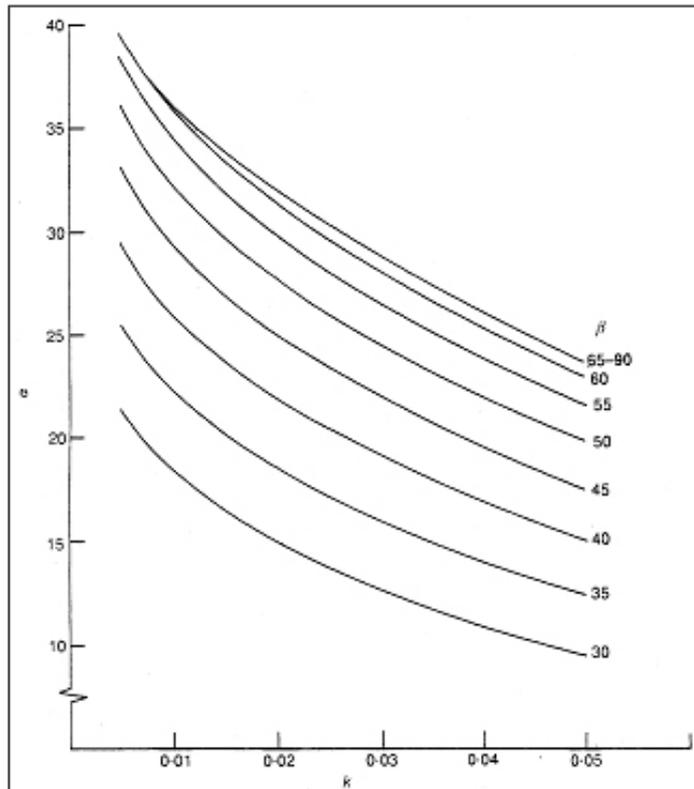


Fig. 76 - Extensión de las fisuraciones en una cúpula.

153. Schmidt muestra valores comprendidos entre 0.06 y 0.32.
 154. HEUMAN 1988, p. 754.
 155. HEYMAN 1988, p. 755.

Este cuadro fisurativo es común en muchas cúpulas, entre las más célebres se pueden citar el Pantheon en Roma. Las fisuras radiales son casi imposibles de evitar si los esfuerzos de tracción no son eliminados o llevados a niveles tolerables por la mampostería. Se vea en el par. 2.3 que este tipo de fisuración no es necesariamente peligroso como parece: las "partes" separadas de las fracturas pueden sostener la extremidad no dañada, comportándose como "sostenes volantes" de la porción interna intacta¹⁵⁶.

En cuanto a las cúpulas con costillas el cuadro de las fisuras en la superficie es análogo, del momento en que esta permanece sujeta a fuerzas de tracción y por lo tanto a fisuraciones meridionales. Pero dado que la superficie no sostiene pero es sostenida por las costillas las fisuras resultan menos preocupantes. En las costillas de las cúpulas hemisféricas difícilmente aparecen lesiones, porque están casi siempre sobredimensionadas y subpuestas a un régimen de sola compresión. En aquellas a pabellón el régimen de las tensiones de las costillas es más desfavorable, desde el momento que resultan solicitadas también de una componente normal a su plano tangente, que tiende a alejarse de la curva de presiones. Las fisuras en las costillas surgen según el siguiente proceso: en un primer momento aparecen las lesiones por aplastamiento a lo largo del perfil de las costillas, es decir en el plano de la dirección de máxima compresión, después aparecen las lesiones por preflexión sobre las secciones perpendiculares al eje de la costilla. Se puede afirmar que las cúpulas con costillas resultan muy resistentes, y no alcanzan casi nunca el derrumbe por razones debidas a la propia estática sino siempre por causas externas.

Hasta ahora se ha hablado de los desajustes generales en la cúpula en función de su forma. A continuación se examinarán las modificaciones al cuadro base de fisura en función de otras causas; se trata de factores evitables, es decir que dependen de una mala proyectación o de factores externos que son más o menos predecibles, como el pasar del tiempo. No se toman en cuenta, entre las causas, fenómenos naturales desastrosos, exepctuando el sismo, ni golpes accidentales.

2.2.1. Causas internas.

Las causas de los desajustes están divididas en intrínsecas y extrínsecas. Las primeras son debidas a problemas generados en el interior de la cúpula (y no a la estructura misma), debidos a una mala proyección o al degrado de los materiales; las segundas son debidas a problemas generados en el exterior de la cúpula.

2.2.1.1. Subdimensionamiento de la cúpula.

A causa de las fisuras que se forman a lo largo de los meridianos por las razones vistas en el párrafo 2.2, la curva de las presiones se desplaza hacia los límites externos de la superficie. Si en la etapa de proyección esto no estuvo previsto, la cúpula puede resultar no apta para sostener la carga modificada: la sección puede no ser suficientemente espesa o la línea del perfil no se adapta. En el peor de los casos la curva de las presiones llega a tocar el borde del intrados o del extrados de la superficie, cosa que se evitaría con un espesor mayor o con un perfil correcto. Sobre dos paralelas donde la curva toca la superficie, se crean dos bisagras continuas que corresponden a fracturas peligrosas sobre el límite opuesto; la fisuración próxima a la imposta se encuentra al extrados, aquella próxima a la llave al intrados. Cada parte en la cual se divide la cúpula soporta rotaciones relativas en proximidad de las bisagras, rompiéndose en tres partes casi iguales. De este modo la cúpula tiende a abrirse hacia el exterior a la base y a deprimirse en llave (fig. 77)¹⁵⁷.

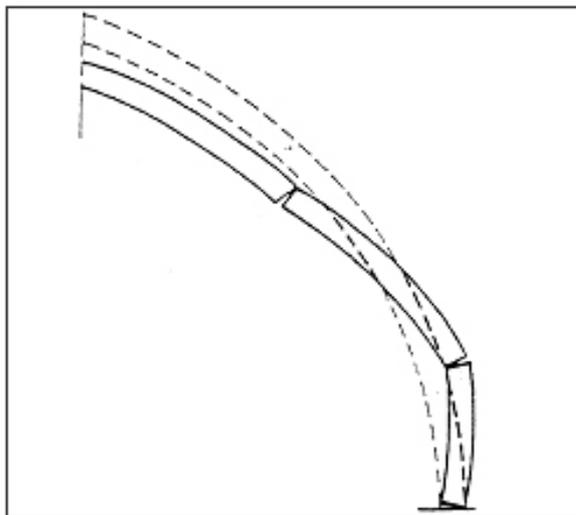


Fig. 77 - La cúpula tiende a abrirse hacia afuera a la base y a bajar en llave.

2.2.1.2. Degrado del material.

Los procesos de degrado de los materiales que puedan afectar a una cúpula de mampostería se encuentran examinados en el párrafo 1.1. Se ha visto como el degrado fatiga al material disminuyendo su resistencia característica. La resistencia característica a tracción, extremadamente baja, tenderá a anularse totalmente, pero la resistencia a tracción nula es una de las hipótesis de cálculo de la mampostería por lo cual no se aleja demasiado de las presunciones de partida. Lo sobre el cual realmente influye el degrado

156. V. HEYMAN 1988, *passim*.

157. COMO 1997, p. 246.

de los materiales es la resistencia característica a la compresión, normalmente alta en los materiales de mampostería. Esto significa que las lesiones que se pueden verificar como consecuencia del degrado del material son principalmente lesiones de aplastamiento, que se extienden según la línea de máxima compresión.

Se ha dicho que el material puede producir o generar procesos químicos que alterarían sus propiedades. Entre los factores que liberan sustancias dañosas para la mampostería (y para los momentos en general) se encuentran el humo de la combustión, que ha contribuido a determinar el empeoramiento de las fracturas meridionales en la cúpula de S. Maria del Fiore en los últimos 25 años. Las sustancias liberadas por los humos, en particular los óxidos de nitrógeno (NO_x) y el anhídrido sulfuroso (SO_2), que combinados con agua dan origen a los ácidos nítricos y sulfúrico, que en lo que respecta a ácidos son corrosivos. El problema de la cúpula de S. Maria del Fiore fue resuelto impidiendo la circulación de vehículos en el lugar del monumento.

2.2.2. Causas externas.

Externamente a la estructura cúpular pueden existir alteraciones en el equilibrio del sistema, del cual la cúpula de alguna forma depende desde el punto de vista estático. Estas variaciones de equilibrio pueden surgir en el sistema de sostén (o sea en las paredes o pilares en elevación, o en las fundaciones) o en la linterna, o también depender de fuerzas externas que actúan sobre el terreno, como los sismos, o directamente sobre la cúpula.

2.2.2.1. Malfuncionamiento del sistema estructural alrededor.

a) En los sostenes.

El empuje inclinado ejercido por los meridianos debe converger al suelo a través del sistema estructural inferior, constituido por los sostenes en elevación y por las fundaciones. El peso vertical de los sostenes debe ser tal para inclinar el empuje manteniéndolo al interno de la mampostería, y las bases deben poder distribuir esta fuerza sobre el terreno. Si los sostenes no fueron dimensionados para tolerar el empuje, la línea de las presiones puede salir del perfil de la mampostería. Esto determina una cesión de los sostenes, que tienden a rotar hacia el exterior causando posteriores fisuras meridianas y consecuentemente un incremento de la fuerza de empuje. Se establece de este modo un mecanismo de auto alimentación; cuanto más son deformables los sostenes tanto más aumentan las fisuras en los meridianos y la depresión en llave. Los sostenes pueden ceder también por el degrado del material o por su escasa calidad – se vera el caso de las columnas de la Catedral de Noto, las cuales han cedido en cuanto no solo fueron mal dimensionadas sino también fueron constituidas de materiales ordinarios. Las bases, como los sostenes, pueden ceder por bajo dimensionamiento, degrado del material o, como es más común, por la insurgencia de movimiento en el terreno. Bajo el ángulo sud-occidental de la cúpula de S. Maria del Fiore se encuentra un curso de agua subterráneo que, provocando el lavamiento del terreno, ha creado una situación alarmante en el sistema de las bases de la iglesia.

En realidad puede ser efectivamente más posible que los sostenes no cedan de forma uniforme sino en manera diferencial, sea porque el movimiento global de una grande porción de terreno es poco común, sea porque la uniformidad de la misma estructura de la mampostería es discutible. En la ya citada Catedral florentina los ábsides cúpulares de sostén, que la rodean sobre tres de sus lados, para favorecer su tendencia a abrirse han cedido hacia el externo; el cuadro de fisuras de la fig. 78¹⁵⁹ muestra como la nave, más sólida, se detuvo sin moverse.

Después del desajuste generado por la cesión del sistema de sostén, se necesita ver como reacciona la cúpula a la nueva curva de las presiones (determinada por el incremento de las fisuras a lo largo de los meridianos): si se mantiene incluida en el perfil de la superficie entonces el cuadro fisurativo no empeora y no es peligroso, si por otro lado la curva de las presiones sale del perfil se recae en el mecanismo de

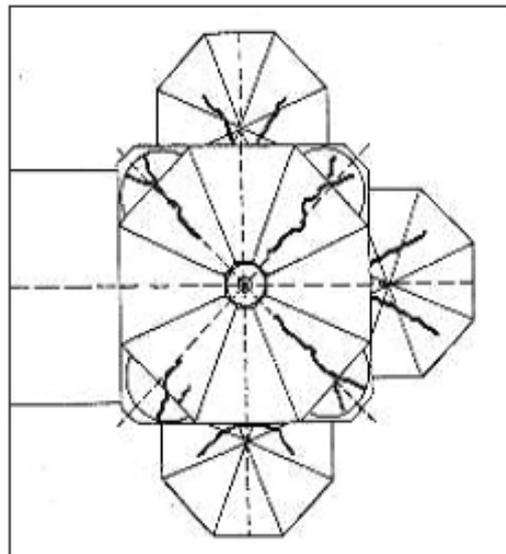


Fig. 78 - Cuadro fisurativo de S. Maria del Fiore, debido a la cesión de los sostenes.

158. V. par. 1.1.

159. HEYMAN 1988, p. 758.

colapso explicado en el par. 2.2.1.1, ligeramente peor en cuanto tiene su origen en una situación mucho más desfavorable.

b) En la linterna.

Si la linterna es demasiado pesada, las excesivas cargas verticales sobre la llave de la cúpula modifican la curva de las presiones, haciendo que ésta se desvie respecto del perfil de la superficie. Esto puede llevar, en el peor de los casos, a un colapso según el mecanismo de rotura descrito en el par. 2.2.1.1. Los casos de este tipo afortunadamente no son numerosos, sobretodo aquellos en los cuales se ha verificado la consecuencia extrema del derrumbe.

2.2.2.2. Varaciones en las cargas.

Es claro como no es racional una variación en el uso de un edificio de culto, y aun hipotetizandola la cubierta no sufriría de las modificaciones. Además una cúpula en mampostería casi no siente las cargas accidentales que son impuestas, como la nieve o el viento, en cuanto su incidencia es netamente inferior respecto a su propio peso; un problema más común causado por el viento es en vez lo de la succión que este ejerce sobre la cúpula.

Quedan a considerar las variaciones de cargas térmicas y los eventos accidentales que imponen cargas particulares; ya se ha dicho que entre éstas últimas se consideran solo los sismos.

a) Cargas térmicas.

Las variaciones de volumen en la mampostería debidas al cambio de temperatura crean en la cúpula cuadros fisurativos cíclicos, que ven el alternarse de momentos en los cuales las fisuras se dilatan y se contraen. Como la cúpula tiende a expandirse en la dirección de los meridianos, Dal momento que la cúpula tiende a expandirse nella direzione dei meridiani, no existiendo vinculos superiores que la limiten, las fisuraciones por dilatacion se habran a lo largo de los paralelos.

Se necesita saber individualizar cuando se verifica efectivamente este tipo de fenómeno, sin utilizarlo para dar una respuesta a desajustes que no tienen nada que ver como ya ha sucedido en el pasado.

El cambio de temperatura puede crear problemas incluso en los eventuales cercos y en las grapas en materiales metálicos utilizados en varios puntos de la cúpula, induciendo las fisuras en la mampostería circundante.

b) Sismos¹⁶⁰.

El primer problema de las cúpulas en mampostería en relación al sismo es su masa. La fuerza de inercia con la cual una estructura reacciona al sacudon horizontal es proporcional a su masa, por lo cual las construcciones masivas en mampostería generan una fuerza de inercia notable al momento del sismo. Esto hace que al interior de la mampostería las improvisas tensiones horizontales de tracción, con direcciones alternantes, resulten igualmente notables, produciendo violentos desgarros en el material; estas tensiones aumentan si los sostenes de la cúpula son puntuales.

Se profundizan las implicaciones de la posición elevada de la cúpula en el edificio, y se considere a este fin una cúpula apoyada al terreno. Es necesario decir que la observacion sistemática de los daños a los edificios en mampostería ha mostrado como la acción sísmica determine el colapso a través de dos modos elementales de daño: el Modo I, por girar, y el Modo II, por rotura a corte. La manera en como aquí se produciría el daño no es el Modo I, desde el momento en que en una estructura bien colegada¹⁶¹ como la estructura cúpular no puede perder el equilibrio por fuerza de empuje horizontal, sino el Modo II, que sin embargo generalmente lleva a un estado de agrietamiento exento de colapso. Las razones de los derrumbes de la cúpula en caso de terremoto entonces son para buscar en su colocacion elevada. Las fuerzas sísmicas varian efectivamente en función de la altura, creciendo desde lo bajo hacia lo alto, pero en el caso de una construcción en mampostería rígida la llamada *amplificación dinámica* resulta pequeña, por lo cual se necesita recurrir a otra motivación. La cúpula recibe las fuerzas sísmicas a través del sistema de sostén, estando éste sujeto a la misma acción sísmica; a menudo esta acción provoca en la estructura de sostén la cesión, por lo cual la cúpula debe hacer frente no solo a la vibración sísmica sino también a los desplazamientos de los sostenes. Son estos desplazamientos que generalmente hacen que la cúpula se encuentre en una situación crítica en el caso de un sismo.

En las cúpulas de edificios construidos en zonas particularmente sujetas a la acción sísmica resulta dañosa la presencia de elementos radiales de sostén como las espuelas colocadas entre la cúpula y el

160. Este estudio no se dedica de manera específica al evento sísmico, que necesitaría un nivel de profundización que obligaría a desviar del tema principal.

161. Claramente sí construida con técnicas constructivas eficaces.

tiburio: en caso de sismo éstos, además de aumentar la masa de la estructura incrementando paralelamente las fuerzas horizontales, crean también un peligroso efecto de martillamiento sobre la superficie cúpular.

2.3. Verificación de seguridad.

En general la estructura cúpular aislada es segura, como consecuencia de su forma, no obstante sea constituida de material no resistente a la tracción. En realidad esta no resistencia siempre ha llevado a los proyectistas del pasado a sobredimensionar el espesor de la cúpula, para quedar en los límites de la seguridad. Esto permite entender como en general los problemas de las cúpulas son generados por las estructuras relacionadas.

Es interesante notar la verificación efectuada por Giovanni Poleni para determinar la estabilidad de la cúpula de S. Pietro, que mostraba el típico cuadro fisurativo constituido de fisuras radiales en la semi-hemisfera y en el tambor. Tales fisuras se han desarrollado lentamente a partir del complemento de la cúpula para después agravarse en los cientos de años sucesivos. Se han abierto muchos debates sobre el tema y las opiniones corrientes eran dos: los llamados “tres Matemáticos”² daban por inminente el colapso de la cúpula, Giovanni Poleni sostenía en cambio que la cúpula era segura en su estado fisurado. Para demostrar esta teoría subdivide hipotéticamente la cúpula en 50 “fetas” según planos pasantes por el eje de rotación, y estudia el equilibrio de un arco bidimensional completo formado por dos fetas opuestas. Imagina de dividir cada feta en 16 secciones y les calcula el peso¹⁶²; después cuelga de una cinta flexible los 32 pedazos, en correspondencia con las respectivas secciones del arco, en modo de determinar la curva de la catenaria. Invirtiendo tal curva observo qué yacía entre la superficie interna y externa del arco; éste demostraba que el arco era seguro, y que por extensión lo era también la cúpula, estando fracturada o no. Así Poleni concluye que las fracturas observadas no eran críticas, pero sugiere la inserción de cercos para eliminar el empuje horizontal del arco (deducible de la inclinación de la catenaria sobre los apoyos). El estudio de Poleni fue fundamental, desde el momento en que si se hubiesen escuchado a los tres matemáticos la cúpula de San Pedro hubiese sufrido cambios muy drásticos: esto demuestra que las verificaciones son determinantes para el proyecto de intervento de restauración, para limitarse a lo indispensable.

Las verificaciones actuales varían en función de la introducción de los modelos de cálculo automático. Un método, en línea con aquellos más antiguos, es el de rebuscar en un primer momento una curva de presiones internas al perfil cúpular para verificar el equilibrio de la estructura y después de efectuar una ulterior verificación estudiando los mecanismos de colapso más desfavorables: el trabajo de vuelco debe ser siempre menor que el trabajo estabilizante para que la estructura este equilibrada. Para ejemplificar se retoma el caso de la reciente verificación de la Basílica de S. Maria de Carignano en Genova, de la cual el cuadro fisurativo ha hecho surgir dudas sobre la seguridad de la estructura.

La Basílica estuvo construida en la segunda mitad del 1500, es a cruz griega sobre una cúpula aguda de diámetro circular² constituida de dos bóvedas de ladrillo: la interna, más espesa, sostiene la linterna mientras que la externa la cobertura. La cúpula esta enlazada al tambor bajo tramite un anillo másiso. El tambor, constituido de dos cilindros concéntricos de base circular, es colocado a través de crestas esféricas sobre cuatro arcos que apoyan sobre pilares hexagonales (fig. 79)¹⁶⁴. Ya en el siglo pasado habian aparecido una serie de lesiones meridianas de dos tipos: a) cuatro lesiones principales



Fig. 79 - Sección vertical de S. Maria de Carignano.

dispuestas sin alguna geometría particular, pasantes del intrados de la semi-hemisfera interna al extrados,

2. T. Le Seur, F. Jacquier y R. G. Boscovich.

162. En base a un diseño de la sección de la cúpula.

163. Para profundizar V. COMO 1997; HEYMAN 1988, pp. 35-39.

2. Comprendido entre los 14 m y los 17.6 m.

164. GAMBAROTTA - GHIA - TOSELLI 1999, p. 359.

que interesan a toda la semiesfera y con continuidad también en el tambor; b) lesiones secundarias difusas sobre toda la semiesfera, no pasantes y que no interesan a la cima.

La verificación fue hecha en la hipótesis de materiales no resistentes a la tracción, geometría axialmente simétrica y ausencia de estados tensionales en dirección de los paralelos, desde el momento en que el estado fisurativo anula la acción cercante. Las dos bóvedas fueron consideradas independientemente, con excepción a la base y a la cima; el análisis fue efectuado sobre un segmento constituido de $1/16$ de ángulo de giro.

En primer lugar se verificó el equilibrio de la cúpula (considerando solo su propio peso¹⁶⁵): asignando una pequeña cuota del peso de la linterna a la cúpula externa, fueron encontrados dos curvas de presiones internas a la superficie resistente, una por cada bóveda¹⁶⁶; el peso del anillo verticaliza superficialmente la curva de las presiones, de modo que ésta esté contenida al interno de la estructura de sostén. Esto significa que la cúpula está equilibrada.

Luego, hipotetizando por consiguiente al estado fisurativo de que cada segmento sea independiente, fueron analizados los mecanismos de colapso:

a) local (casquete - linterna): se hipotetiza que porciones de las dos bóvedas rotan una con respecto a la otra, con la condición de que el desplazamiento vertical de la linterna sea igual en las dos semiesferas. El mecanismo más desfavorable, es decir aquel que hace máximo el trabajo de vuelco, se encuentra en fig. 80¹⁶⁷ junto con los diagramas de los desplazamientos verticales. El trabajo estabilizante resulta mayor que el trabajo de vuelco, por lo cual el equilibrio se verifica.

b) global (casquete - anillo - tambor): se hipotetiza que la semiesfera interna rote rigidamente, que la externa se constituya como cadena de dos cuerpos rígidos, que el anillo se mueva y que los dos rectángulos de la sección del tambor rotan. También aquí en el caso más desfavorable el trabajo estabilizante resulta mayor que el trabajo de vuelco y definitivamente el equilibrio se verifica.

Se observa que en el mecanismo local la relación entre el trabajo estabilizante y el trabajo de vuelco vale 2 y en el global vale 8. Esto significa que el mecanismo global es más estable, en cuanto está influenciado por el efecto estabilizante del peso del anillo y del tambor¹⁶⁸.

Otro tipo de verificación comúnmente utilizado, sobre todo en el caso de cúpulas con elevado espesor, es el "método de los elementos finitos": se considera la cúpula idealmente subdividida en muchos elementos, más o menos grandes, que interaccionan entre ellos en correspondencia con los nudos (los cuales coinciden con los vértices de los elementos mismos). La cúpula elíptica del santuario de Vicoforte fue estudiada por ejemplo con este método¹⁶⁹.

2.3.1. Verificaciones sísmicas.

El sismo nunca es completamente previsible, esto hace a la verificación sísmica particular desde el momento en que el evento que puede causar el colapso de la estructura es una incógnita del problema.

A los efectos del cálculo, la acción sísmica es comparable con *fuerzas estáticas horizontales*, proporcionales a la masa del edificio y a un coeficiente sísmico, que depende de la elevación máxima al suelo y de la amplificación dinámica que es función de la altura.

La normativa subdivide al territorio italiano en zonas sísmicas, todas caracterizadas por un determinado valor convencional de aceleración horizontal máxima. Los cálculos de verificación en el caso de

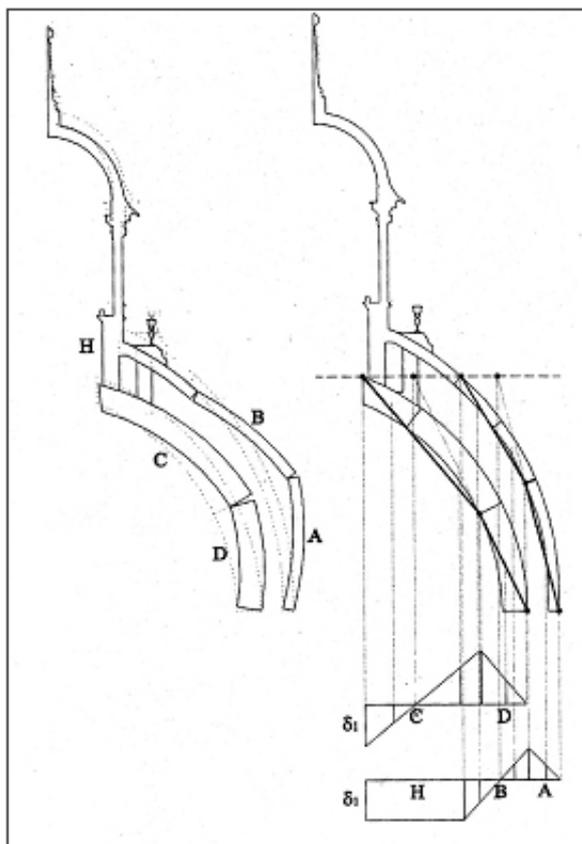


Fig. 80 - Mecanismo de colapso total.

165. Las sobrecargas son hipotetizadas ordinarias.

166. Del momento en que son consideradas independientes.

167. GAMBAROTTA - GHIA - TOSELLI 1999, p. 364.

168 - Para profundizar v. GAMBAROTTA - GHIA - TOSELLI 1999.

169. Para profundizar v. IENTILE 2001, p. 98 sg.

edificios existentes no se deben efectuar en base a tales valores, del momento en que el objetivo de la verificación es una intervención de *mejoramiento* y no de *adecuamento*: de hecho una construcción histórica difícilmente podrá ser adecuada a los niveles de seguridad requeridos por la normativa sin sufrir radicales cambios en la estructura.

Las iglesias de mampostería resultan particularmente vulnerables durante el sismo: el hecho de que estén constituidas de un único gran ambiente, sin paredes verticales de unión o horizontales intermedias, junto al hecho de que los muros no necesariamente gozan de una buena unión recíproca, hacen que resulten no enlazados. Al momento del sismo, cada elemento tiende a vibrar automáticamente respecto a los otros elementos, con su propia frecuencia de vibración (demostrado de los numerosos colapsos parciales que se verifican en las iglesias¹⁷⁰): por esto las verificaciones sísmicas para el caso de edificios de culto de mampostería se pueden efectuar por macroelementos, según una técnica introducida por el profesor Sergio Lagomarsino en el 1999. La cúpula constituye uno de estos macroelementos.

Para cada macroelemento vienen estudiados algunos mecanismos de colapso; dado que el análisis se limita a un cierto número de mecanismos cinemáticos es fundamental individualizar los que inician más fácilmente. La verificación sísmica consiste en individualizar el menor entre los multiplicadores de las fuerzas estáticas horizontales que activan dichos mecanismos cinemáticos¹⁷¹ antes mencionados. Tal multiplicador se puede calcular hoy con softwares particulares, entre los cuales se acuerda ADINA (utilizado durante la reconstrucción de la catedral de Noto). Este programa subdivide el macroelemento en elementos finitos, resolviendo contemporaneamente un número enorme de ecuaciones y proveyendo el mecanismo de colapso más desfavorable¹⁷².

2.4. Consolidación.

Las verificaciones de seguridad permiten comprender la gravedad de un cuadro de agrietamiento. En base a esto se decidirá si es necesaria o no una intervención de consolidación, y en el caso afirmativo se elegirá una intervención adaptada al caso.

Es claro como la intervención sobre lo existente, sobre todo si es caracterizado de valor cultural, debe ser efectuada según criterios diversos respecto a la reconstrucción de una parte. Hasta hace algunos años no se admitían concesiones para los edificios históricos, y estos venían acomodados, en términos de evaluación de seguridad y consecuentemente de elección de las intervenciones, a las construcciones nuevas. Eran entonces vinculados a las mismas normas técnicas del proyecto. Se llegaba así, paradójicamente, a intervenir la construcción aún en casos de no absoluta necesidad. Hoy la normativa para las intervenciones de consolidación apunta a la conservación, o sea al mantenimiento de las concepciones originales de la estructura, denunciando en modo explícito en las directivas del 1989 los masivos interventos realizados años atrás, que actuaban sobre el existente métodos de restauro estático que seguían el comportamiento de los materiales modernos y que alteraban la identidad, más que mantener la autenticidad.

Según la Normativa actual el intervento de consolidación es el conjunto de los trabajos y de las intervenciones que confieren a la estructura un grado de seguridad mayor de aquel preexistente a la intervención. No se habla entonces de la necesidad de un adecuamiento de lo construido a grados de seguridad no alcanzables sino con interventos extremadamente invasivos. El intervento de consolidación debe consiliar las exigencias de la seguridad estructural y de conservación, manteniendo los principios arquitectónicos y estructurales de la construcción y reproduciendo si es posible las técnicas constructivas reconocibles y sobre todo reversibles, con materiales compatibles con los originarios. No se debe abusar de las técnicas y materiales modernos solo para seguir una moda: en el caso en el cual técnicas tradicionales mayormente compatibles con la naturaleza del edificio se revelan eficaces se prefieren éstas a aquellas modernas, que introducen en la construcción condiciones nuevas y anormales para los materiales en obra. Igualmente en muchos casos las técnicas tradicionales no son lo suficientemente útiles a los fines de la consolidación, entonces es oportuno recurrir a técnicas modernas.

A continuación se tratarán separadamente las intervenciones de consolidación efectuadas para obviar los desajustes estáticos o para obtener un mejoramiento sísmico: en el segundo caso son especificados aquellas que es oportuno evitar. Son examinadas las intervenciones efectuadas según técnicas tanto tradicionales como modernas, dejando de lado aquellas que previenen la utilización de FRP desde el momento en que se verán en la Parte IV.

170. Se vea el ejemplo de la catedral de Noto, donde no obstante el colapso de las columnas y de las cubiertas de los corredores derechos, de la cubierta de la nave central y de la cúpula, la fachada permaneció intacta.

171. En la totalidad el multiplicador de colapso estará dado por el menor entre los multiplicadores valorados por los diversos macroelementos.

172. Per approfondimenti v. *La ricostruzione della Cattedrale di Noto* 1999.

2.4.1. Intervenciones en el caso de desajustes estáticos.

En primer lugar, en la espera del diagnóstico y de la verificación, si la situación es particularmente preocupante es posible proceder con una intervención de consolidamiento provisoria, apuntalando la cúpula de manera de aliviar su trabajo estático.

En función del diagnóstico se proponen una serie de intervenciones. Es importante entender que no hay elecciones obligadas, para un mismo desajuste pueden ser adoptadas diversas y eficaces acciones: claramente las condiciones ambientales del contexto sugieren una serie de soluciones mas que otras. La elección debe ser efectuada en primer lugar en base a la invasividad, proponiendo siempre las soluciones que contaminan menos la estructura original, y la reversibilidad; el criterio económico debe ser subordinado con respecto a los otros elementos, si el valor del monumento lo requiere.

Adoptada una solución, antes de la intervención es necesario efectuar una reparación, que según la Normativa es el conjunto de las intervenciones que restituyen la seguridad de la obra al nivel precedente al desajuste o al decaimiento. Es claro en esta definición que solamente la reparación no elimina el problema original, del momento que simplemente restituye la obra al nivel de seguridad precedente; sera luego la consolidación que aumentará la seguridad. La reparación más inmediata consiste en el relleno de las fisuras, para restituir a la cobertura la continuidad perdida, de manera que pueda de nuevo transmitir las sollicitaciones de manera correcta. El procedimiento a adoptar es el siguiente.

Se limpia la fisura y se le inyecta el mortero, compatible con los materiales originales y debilmente expansivo; eventualmente se lo puede enriquecer con pequeñas piedras o fragmentos, de manera de aumentar el contacto entre los bloques y evitar el uso de grandes cantidades de mortero. En el caso de fisuras producidas por efectos térmicos este tipo de intervención es suficiente del momento que el cuadro de agrietamiento es cíclico, por lo cual no sujeto a empeoramientos. En este caso se deben utilizar cales particulares en grado de favorecer los movimientos ciclicos de la estructura. En el caso de que el cuadro de agrietamiento sea difuso se interviene con inyecciones según la modalidad descrita en el párrafo sucesivo, efectuando un verdadero consolidación en conjunto con la reparación.

A este punto se puede proceder con la intervención de consolidación verdadera y adecuada. Se recuerda que en las intervenciones que de cualquier manera preveen una remoción del material arruinado es muy importante que se evite el surgimiento del llamado desajuste de consolidación, debido a la eliminación de las partes que, aunque dañadas, contribuian al equilibrio global de la estructura. Esta es la razón por la cual la antigua técnica del "cuci-scuci" prevee la remoción y la reconstrucción de pequeñas partes de la mampostería cada tanto.

Según el desajuste generado sea externo o interno en la estructura de la cúpula el consolidamiento será directo en diversos elementos. En el primer caso se trabajará sobre el sistema de sostén en elevación, sobre los cimientos o sobre el terreno, según donde sea necesario; la cúpula necesitará de las intervenciones de reparación, y solo eventualmente de consolidación. En el segundo caso se trabajará directamente sobre la cúpula. Aquí se examinarán las intervenciones consecuentes al segundo tipo de causas: se trata de soluciones que mejoran las características del material o que permiten la absorción de los esfuerzos de tracción a lo largo de los paralelos. Se estudiarán otras intervenciones que resuelven el subdimensionamiento de los sostenes; si éstos no logran resistir la componente horizontal de la fuerza de empuje ejercida por los meridianos, se puede operar no solo sobre ellos sino también sobre la cúpula, de manera que la fuerza sea absorbida internamente.

2.4.1.1. Inyecciones simples.

La técnica de las inyecciones prevee la introducción de material al interior de la mampostería de manera que rellene los vacíos, para restaurar una distribución más uniforme de las cargas entre los elementos. Es utilizada frecuentemente, sobre todo en los últimos años, ya que es una solución poco invasiva, es rápida y de fácil aplicación y no requiere una gran proyección. La desventaja es la irreversibilidad de la intervención, del momento en que el material introducido es extremadamente adherente, por lo cual es fundamental justificar su utilidad.

Se pueden inyectar diversos materiales, lo importante es que no alteren el principio estático según el cual la estructura funciona y sean compatibles con la mampostería antigua. Las inyecciones más comunes son aquellas de mortero aditivado o no; en general son adecuados los morteros a base de cales, mientras que son evitados aquellos a base de cemento. No es necesario que la resistencia a la compresión de la nueva mezcla sea demasiado alta del momento que su función es aquella de distribuir mejor los esfuerzos entre los bloques y es porcentualmente irrelevante respecto a la original. Como alternativa se pueden inyectar mezclas a base de resinas, que generalmente no presentan problemas de compatibilidad; la desventaja es que no se les conoce todavía la durabilidad desde el momento en que la intervención es irreversible.

Sobre los parámetros que regulan la inyectabilidad de la mampostería, se han efectuado estudios, en particular se cita una investigación del Politécnico de Milán en el año 1999 (Binda et al.). Se concluyó que la inyectabilidad depende en primer lugar de la cantidad de vacíos presentes en el interior de la mampostería y en segundo lugar, pero de manera igualmente significativa, la de la conexión que existe entre estos vacíos. Las mamposterías en las cuales el mortero está presente en cantidades limitadas son fácilmente inyectables, porque los vacíos están bien conectados unos con otros, pero es discutible la utilidad de la intervención del momento en que el mortero no tiene un rol particularmente útil. Las mamposterías con demasiado mortero son inyectables con más dificultad por que peligra que el material no se distribuya en profundidad, permaneciendo en el entorno del hoyo.

El procedimiento de intervención es el siguiente (fig. 81)¹⁷³. La superficie en la cual se efectúa la inyección debe estar preparada adecuadamente para evitar pérdidas de material. Normalmente se utilizan hoyos de diámetro generalmente comprendido entre 20 mm y 40 mm, en función de las dimensiones de los insertos y de la fluidez del mortero, en los cuales vienen insertados unos tubos; claramente se ve que cuanto más grande es el diámetro más invasivo resulta el intervento, por lo cual es aconsejable no adoptar dimensiones excesivas de los hoyos sobretodo en el caso de superficies pintadas o particularmente preciadas. En unos casos antes de inyectar es necesario que la mampostería sea saturada de agua, de manera que no absorba el agua del mortero. La presión de inyección varía según el producto; los valores son normalmente bajos porque una presión alta tiende a romper las ya limitadas adhesiones entre los elementos. En general un mortero más líquido y con intersticios chicos necesita presiones menores, por lo tanto resulta adaptado en mamposterías con vacíos poco conectados entre ellos; en el caso en vez de mamposterías con vacíos muy conectados es preferible utilizar un mortero con intersticios más grandes.



Fig. 81 - Tubos para las inyecciones en las bóvedas de la Basilica de San Francesco en Assisi.

2.4.1.2. Inyecciones armadas y refuerzos en hormigón.

La técnica de la inyección armada, utilizada sobre todo en el pasado, prevee la aplicación sobre parte de la superficie extradossal de la cúpula de una armadura en acero generalmente inmersa en un sutil recubrimiento de hormigón. Es un sistema muy invasivo, del momento en que pierde los principios según con los cuales la estructura trabaja e inserta en la mampostería materiales extraños a los originales, dándole características anormales; la nueva mampostería, siendo una estructura híbrida, se vuelve difícilmente controlable desde el punto de vista del cálculo. La intervención,

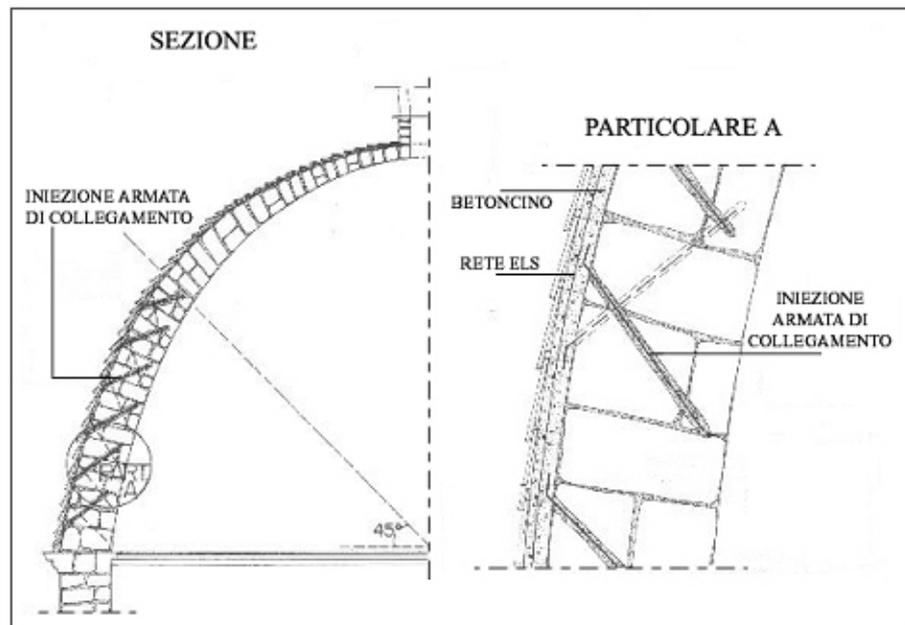


Fig. 82 - Intervención de inyección armada: sección y particular.

tiende además a hacer más pesante la cúpula, por lo cual si no se calcula con extrema cautela y no se

173. *Il ritorno di san Francesco* 1999, p. 28.

efectua todo en regla puede no solo resultar inútil sino dañoso. El utilizo del hormigón, material extremadamente adhesivo que hace la intervención irreversible, implica además la necesidad de impermeabilizar la superficie extradossal, sobre todo si la intradossal tiene pinturas, para evitar desajustes de humedad debidos al agua presente en la mezcla; aún en este caso un simple error en la ejecución puede ser fatal. Por todas estas razones, hoy se privilegian sistemas que previenen el uso de materiales más innovativos y menos invasivos.

Las inyecciones armadas pueden ser efectuadas en puntos diversos de la cúpula, utilizando técnicas diferentes. La intervención integral prevee la realización de una sobrecúpula en hormigón armado con red electrosoldada y con pernos en acero; se trata de un sistema aconsejable solo si los problemas estructurales son extremadamente graves y la mampostería esta muy degradada. Se remueve el manto de cobertura de toda la cúpula hasta descubrir la superficie de la estructura, sobre la cual se efectúa una gran limpieza, se realizan una serie de hoyos con sondas rotativas y se insertan en los hoyos, pernos de enlace en acero inoxidable, blocandolos nuevamente con compuestos epoxy: estas grapas sirven sea como armadura sea para evitar arrastres mutuos entre mampostería y revoque. Entonces se aplica la red electrosoldada (malla »10x10 cm; diámetro» 4 cm). Para evitar un incremento excesivo del peso y hacer a la intervención estructuralmente más coherente, la red y los pernos pueden ser colocados solo en la parte inferior de la cúpula donde están presentes los esfuerzos de tracción; al final se hormigona con una capa (de espesor entre 3 cm y 5 cm) de hormigón a granometría sutil con estabilidad volumétrica (fig. 82)¹⁷⁴. Este tipo de intervención puede traer muchos problemas si la impermeabilización no es eficaz o si el hormigón armado no cumple a pleno su rol resultando solo como un ulterior peso aplicado a la cúpula ya en crisis. Además es claro como compromete irreparablemente la identidad arquitectónica de la cúpula, por lo cual resulta practicamente impropionable en el caso de cúpulas monumentales.

En el caso de cúpulas con costillas, si las fisuras intervienen también en los nervios - sobre todo en las cúpulas a pabellón donde las costillas son más débiles, dada la tensión a la cual están expuestas - se les puede efectuar una consolidación análoga extradossal, que puede ser parcial o total según de cuan ancha resulte la parte comprometida. Un tipo de refuerzo particular puede ser hecho para mejorar el enlace o la unión entre la semihesfera y la linterna en el caso de que éste desaparezca: la intervención es análoga a aquella vista precedentemente pero concentrada en la cumbre de la semihesfera a la base de la linterna: no se utiliza red electrosoldada ni hormigón, pero se limita a insertar la armadura y sellarla con compuestos epoxy.

2.4.1.3. Cercos y armaduras meridianas.

El método del cerco es muy antiguo, sea como recurso de consolidamiento sea como elemento del proyecto *ex novo*. La consolidación con cerco es mucho menos invasiva respecto a las intervenciones con hormigón vistas precedentemente y es entonces más aplicable a las cúpulas monumentales. El material más común para la intervención de consolidación en el pasado era el hierro, utilizado por ejemplo en los seis cercos colocados en la base de la cúpula de S. Pietro según el proyecto de Poleni y Vanvitelli. Hoy es común utilizar planchas, barras o cables en acero, eventualmente pretensados, barras en titanio o elementos en materiales alternativos como los compositos fibrorreforzados; estos pueden también ser utilizados bajo forma de tejidos, pero de estos nos ocuparemos en la Parte IV.

Los cercos tienen el trabajo de absorver las tracciones que la mampostería no soporta. Si tienen que resolver un problema de empuje horizontal excesivo ejercido por los meridianos se deben colocar a la base, o eventualmente en el tambor, en modo de ahorrarle una carga excesiva a la estructura de sostén; si en cambio deben resolver un problema de tracción en los paralelos se pueden colocar en toda la parte inferior de la semihesfera, hasta una latitud que en la cúpula semihesférica vale $38^{\circ}18''$ y va disminuyendo en las cúpulas bajas.

Se da el procedimiento operativo a adoptar en el primer caso, en una cúpula poligonal donde se quiere aplicar un cerco de cables de acero a la base. Se remueve localmente la vestidura o revoque externo y se hace un lugar de alojamiento para los cables, ahí se cubre con resinas epoxy y se pasa una película de teflón o de otro material compresible, después se colocan en los ángulos de la cúpula unas planchas de repartición. A éstas se une un cable, compuesto de varios cables unidos por un tensionador, sobre los cuales se ejerce una ligera tracción hasta lograr la tensión deseada (fig. 83)¹⁷⁵. En presencia de mampostería con un valor particular, que se quiere picar lo menos posible, se pueden usar alternativamente hilos en acero de pequeño diámetro (cerca de 7 mm), que requieren huecos reducidos. En el caso en el cual el cable sea bloqueado el esfuerzo al cual es expuesto es constante; en alternativa se puede hacer en modo de que la puesta en carga sea gradual (*armadura activa*).

174. ROCCHI - BLASE - PICCIRILLI 1994.

175. ROCCHI - BLASE - PICCIRILLI 1994.

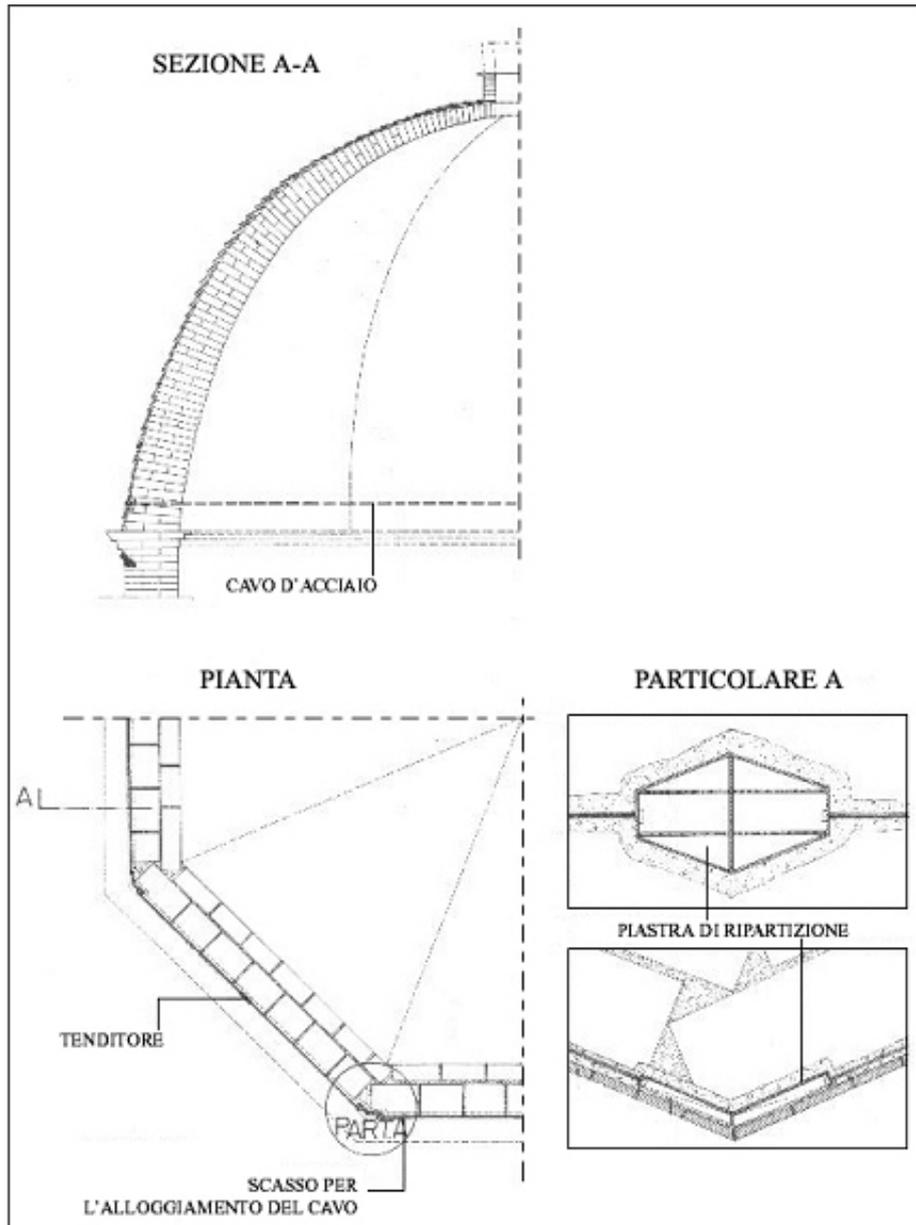


Fig. 83 - Intervención de cerco con cables de acero.

Otro tipo de sistema activo de consolidación, introducido recientemente en la renovación de edificios monumentales, es aquel que prevee la inserción de una armadura en dirección meridiana. Es una intervención eficaz y poco invasiva si es efectuado sobre arcos y bóvedas (donde generalmente es efectuado); consiste en pasar cables en acero inoxidable al extrados, sobre los cuales viene ejercida una tracción antes de ser fijados. La tracción del cable ejerce una cierta compresión en la estructura, causando una reducción en las fisuras presentes. En realidad la cúpula no está particularmente adapta a este tipo de intervenciones, en primer lugar porque tiene casi siempre arriba una linterna o una ventana circular y en segundo lugar porque la intervención, que en una bóveda no extradosada resulta poco invasiva, en la cúpula actúa directamente sobre la estructura visible.

2.4.1.4. Refuerzo con placas.

El refuerzo con placas es una intervención extremadamente invasiva; consiste en recubrir externamente la cúpula con una serie de elementos que, análogamente al último sistema visto en el párrafo precedente, ejercitan una compresión sobre la estructura reduciendo el estado de las fisuras. Se piense también en el caso paralelo de la consolidación involuntaria: buscando un efecto estético vienen colocados – de proyecto – sobre la cúpula planchas de bronce o de plomo, que forman una cascara continua de contención. Cuando la intervención es efectuada como consolidación pero, no solo compromete la integridad

arquitectónica de la construcción, sino también trae un notable incremento de peso sobre la cúpula, lo cual puede ser más nocivo que beneficioso.

Es posible efectuar también un refuerzo con placas parciales sobre las costillas, en el caso en que estas presenten fisuras, colocándoles planchas de acero después de haber quitado el revoque al extrados. Tales planchas deben ser cubiertas con compuestos epoxy y fijadas por seguridad; luego se puede aplicar nuevamente el revoque.

2.4.2. Mejoramiento sísmico.

El concepto de mejoramiento, que sustituye aquel de adecuamiento en el caso de edificios existentes, es todavía más válido cuando se habla de Normativas Sísmicas; una construcción histórica no podría nunca llegar a la misma fiabilidad sísmica de un edificio de nueva proyección sin ir en contra de modificaciones que alterarían integralmente su aspecto y sus principios. Se requiere por lo tanto que su respuesta sísmica sea aceptable, o sea confrontable en cualquier manera con lo requerido por las Normas.

El Comité de Riesgo Sísmico, establecido por el Ministerio de Trabajos Públicos y el Ministerio de Bienes Culturales y Arquitectónicos en el 1997, dió las recomendaciones con respecto a las soluciones técnicas más oportunas, para obtener mejoras del comportamiento de la construcción ante el sismo; se dan aquí a conocer las conclusiones principales, referidas a las intervenciones sobre las cúpulas en mampostería. Las inyecciones simples, para reparar fisuras existentes o para consolidar, tienen una efectiva utilidad en renovar el contacto entre los bloques, sobre todo en las mamposterías particularmente pobres: el mortero ayuda especialmente en el caso del Modo II de daño (rotura por corte), que se vió que es aquel que puede ir en contra de una cúpula apoyada en el terreno, porque aumenta la cohesión de la mampostería. También la aplicación de cercos resulta generalmente eficaz, sobre todo para eliminar el empuje a la base. En cambio los interventos que introducen el cemento armado en el muro, análogamente a los refuerzos con placas, se revelan dañinos en el caso de sismos, del momento en que aumentan mucho el peso de la estructura y en consecuencia las fuerzas sísmicas, además de hacerla excesivamente rígida y de manera no homogénea.

2.5. Verificaciones de consolidación.

Las normas actuales prevén, como punto final del proyecto de consolidación, la verificación de seguridad de la estructura consolidada en el estado de post-intervento y en el curso de las fases de ejecución, junto con un juicio de incremento de la seguridad. Esta establecido que se repitan los cálculos de verificación efectuados antes de la intervención para constatar si existe un real incremento de la seguridad.

Esto vale también para las mejoras sísmicas. No obstante la norma permita que la estructura venga simplemente mejorada se requiere que la validez antisísmica global de la consolidación venga demostrada, aunque sea cualitativamente; la verificación es análoga a aquella hecha según macroelementos antes de la consolidación.

Además es necesario evaluar que el movimiento que había en el origen del daño se haya efectivamente eliminado luego del interventos, y que la estructura se haya ajustado alcanzando un nuevo equilibrio. El movimiento no se ajusta inmediatamente, es más, tiende a continuar, pero siempre más lentamente, hasta desaparecer, según tiempos no determinables anteriormente. La indicación más segura de la eliminación del movimiento es el hecho de que la fisura no se extienda más.

3. Un ejemplo. La reconstrucción de la cúpula de San Giovanni Battista delle Monache en Napoli.

Se comenta aquí el caso de la consolidación de la cúpula de la Iglesia de San Giovanni Battista delle Monache en Napoli, que ejemplifica todas las etapas vistas hasta ahora: el estudio de los desajustes, la intervención de consolidación y las verificaciones de seguridad.

La Iglesia de San Giovanni Battista delle Monache fue construída entre el 1676 y el 1681 por el arquitecto Francesco Antonio Picchiatti. El edificio está cubierto en el cruce de la nave y del transetto por una cúpula (de diámetro 10 m), encadenada a la base con tirantes metálicos dispuestos sobre un tambor circular, conectado por crestas esféricas a cuatro arcos que delimitan la base cuadrada (fig. 84)¹⁷⁶. Sobre tales arcos 150 años después de la construcción de la Iglesia aparecieron grietas, sucesivamente reparadas, pero se dejó de profundizar sobre las causas del desajuste por lo cual no se intervino eficazmente sobre la estructura. En 1884 aparecieron lesiones sobre el tambor y sobre los arcos, después que en 1870 se había abierto una calle que cortó parte de la planta; un posterior agravamiento de la situación se debió al temblor sísmico en 1980. Como consecuencia a todos estos factores de debilitamiento en 1982 la cúpula colapso.

176. CERADINI - PALESANO - BENVENUTO - TOCCI 1999, p. 247.

La investigación mostro como la debilidad de la estructura y la causa primaria del colapso fue debido a los arcos. De hecho los pilones que los sostienen no mostraban signos de movimientos rotatorios y eso indicaba el hecho de que estaban en grado de contrar las fuerzas de empuje horizontal. Resulto entonces de los análisis numéricos que tales arcos habian sido subdimensionados en el proyecto original: en éstos los valores de la tensión se mantuvieron siempre elevados, proximos a los valores límites de la resistencia, por lo cual con el tiempo el agotamiento del material ha generado que se redujera el valor de la tensión máxima admisible.

La intervención de reconstrucción ha sido relizada a la mayor similitud posible del pasado, pero eliminado los errores que se habian cometidos. Los arcos han sido reconstruidos con una sección mayor, pero con los mismos elementos y las mismas técnicas que los arcos originales; se añadieron tambien encadenamientos metálicos para hacerlos más robustos. También las crestas y la cabezas de los pilones han sido reconstruidas y consolidadas según los mismos criterios, y los pilones han sido tambien reforzados a la base con encadenamientos metálicos.

En lo que respecta a la cúpula habia gran incertidumbre sobre los métodos constructivos originales; igualmente se ha intentado continuar la lógica de las técnicas tradicionales enriquecidas con los contributos de las técnicas modernas. Se ha elegido reconstruir la cúpula con bloques regulares en ves de toscos, del momento que distribuyen los esfuerzos más uniformemente y son, en cada caso, compatibles con la mampostería de los pilones y de las crestas. Se ha optado por la toba en vez de la piedra, que es más ligera, y para disminuir la carga sobre los arcos se dejaron cavidades en el tejido de la mampostería. Se introdujeron cercos, no metálicos como aquellos originales sino en titanio, que tiene la propiedad de ser inoxidable y es dotado de un bajo coeficiente de dilatación; tiene obviamente el inconveniente de ser decisivamente más caro.

Es claro que en este caso, dado el colapso, las verificaciones no se han podido efectuar cuando el daño era en acción, pero solo sucesivamente para confirmar las causas del mismo y estimar el incremento de la seguridad a continuación de la intervención.

La verificación ha sido hecha bajo una óptica estática y sísmica, estudiando el equilibrio de los elementos individuales. Se ha considerado la cúpula como un conjunto de arcos, de anchura variable en función de la latitud, obtenidos seccionandola a lo largo de planos paralelos verticales; la condición al contorno era que tales arcos fueran conectados por esfuerzos en dirección de los paralelos. Las verificaciones han demostrado, como ya se ha mencionado, que el problema de la estructura no estaba en la cúpula sino en los viejos arcos de sostén. En efecto, las sollicitaciones a las cuales está expuesta la cúpula son pequeñas: a lo largo de los meridianos y paralelos la máxima compresión es de 2.5 kg/cm^2 , la máxima tensión tangencial en caso de sismo sobre el anillo de base es de 0.3 kg/cm^2 y también las cadenas en la base de la cúpula son poco sollicitadas.¹

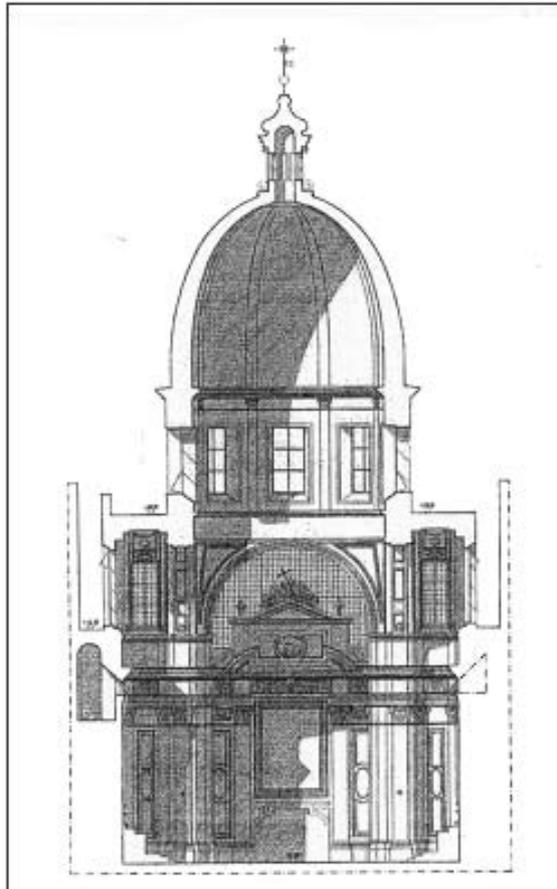


Fig. 84 - Sezione trasversale della cupola sull'asse del transetto.

1. Para profundizar v. CERADINI - PALESANO - BENVENUTO - TOCCI 1999.

Parte IV. Consolidación con FRP

(Fiber Reinforced Polymers)

FRP esta por Fiber Reinforced Polymers, “materiales poliméricos fibroreforzados”; forman parte de los llamados “compuestos estructurales”, es decir de aquella serie de materiales compuestos por dos elementos diferentes los cuales desempeñan tareas diferentes, al igual que el cemento armado. Los FRP estan formados por fibras (principalmente de carbono, vidrio o aramida), la parte que soporta el esfuerzo, y por una matriz, generalmente resina epoxidica, elemento que da forma y geometría al compuesto.

El uso de los FRP en el campo de la construcción es relativamente reciente. En el sector aeronáutico y astronáutico, sin embargo, se utiliza desde hace más de medio siglo: la resina de vidrio fué utilizada por primera vez en una embarcación en 1942. La limitación en la utilización en estos campos estaba debida al hecho de que la complejidad de los procesos productivos implicaba altísimos costes, que se podían sostener solamente en algunos tipos de campos. Gracias a la bajada de los costes de producción en los ultimos años, en los países más avanzados, se ha notato una mayor difusión de fibroreforzados también en campos en los cuales la disponibilidad de fondos esta más contenida, como en él de las construcciones. El campo donde se utilizan más los materiales compuestos es el refuerzo estructural y, especialmente, antisísmico en construcciones existentes, debido a las grandes ventajas con respecto a otras tecnologías, cuestión que trataremos más adelante. En las nuevas construcciones los costes de fibroreforzados todavia no son muy competitivos con respecto a los otros materiales más tradicionales como la madera, el hormigón o el acero.

Siendo una novedad su aplicación en el campo de la construcción hasta hace poco la normativa al respecto era escasa. Las instrucciones más antiguas se sitúan en el 1997 y fueron emitidas en Japón; en los ultimos años fueron publicadas, luego, otras instrucciones en E.E.U.U., en Canada y en Europa, referidas exclusivamente al cemento armado. Por estas razones en Italia, donde el caracter monumental de la gran parte de nuestros edificios obliga a tener una atención especial a las construcciones históricas, se ha sentido la necesidad de crear instrucciones que no se encaminen simplemente a las aplicaciones sobre el cemento armado, si no también a la mampostería. Con el DT-200/CNR aprobado en abril de 2005, que próximamente será Ley, Italia es la pionera en la redacción de una Normativa con respecto a la aplicación de los FRP sobre mampostería.

1. El material.

Como ya hemos dicho anteriormente los FRP están compuestos por dos materiales diferentes, las fibras y la matriz, que juegan papeles diferentes y sinérgicos. En los compuestos de altas prestaciones las características de resistencia mecánicas y de rigidez estan gobernadas por el tipo, desde la distribución y de la fracción (en volumen o en peso), del refuerzo fibroso con respecto al volumen total del compuesto. La matriz resinosa, en cambio, resuelve tareas complementarias entre las cuales está dar forma al material compuesto “congelando” la posición relativa entre las fibras; proteger las fibras de refuerzo; redistribuir los esfuerzos a las demás fibras.

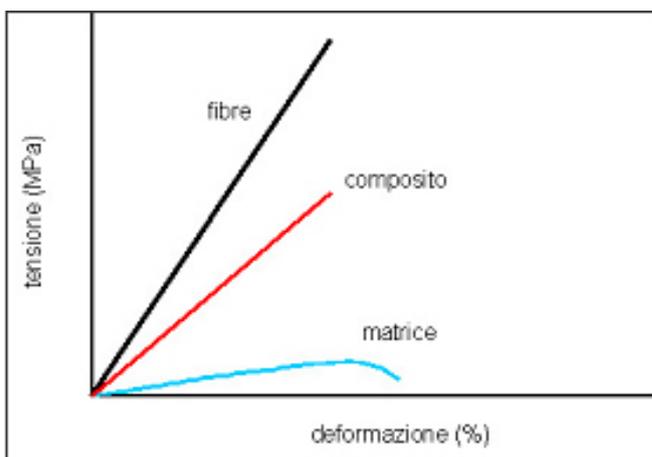


Fig. 85 - La curva tensiones - deformaciones de las fibras, de la matriz y del compuesto.

Las características mecánicas del compuesto resultaran intermedias entre las de los dos compuestos, por ejemplo el comportamiento a tracción del compuesto será semejante que su curva σ - ϵ resultará intermedia entre las de los dos (fig. 85)¹⁷⁷.

Las características mecánicas del compuesto resultaran intermedias entre las de los dos compuestos, por ejemplo el comportamiento a tracción del compuesto será semejante que su curva σ - ϵ resultará intermedia entre las de los dos (fig. 85)¹⁷⁷.

3.1. Fibras.

«Le fibre più utilizzate per la produzione di materiali compositi sono quelle di vetro, di carbonio ed aramidiche. La particolare geometria filiforme, ancorché molto versatile per la realizzazione dei compositi, conferisce a tali materiali caratteristiche di rigidezza e di resistenza molto più elevate di quelle possedute dagli stessi materiali quando siano utilizzati in configurazioni tridimensionali: ciò è dovuto alla minore densità di difetti che tipicamente compete alla configurazione monodimensionale rispetto a quella volumica».

177. CD-ROM MAPEI.

«Le fibre sono costituite da filamenti continui molto sottili e quindi difficili da manipolare singolarmente. Per tale motivo le fibre sono disponibili commercialmente in varie forme, di cui le più comuni sono (fig. 86)¹⁷⁸:

- **filamento** (*monofilament*): elemento base con dimensioni di circa 10 mm di diametro;
- **cavo di filatura** (*tow*): è il prodotto della macchina di filatura ed è costituito da un fascio di un gran numero di filamenti (dell'ordine delle migliaia), praticamente senza torsione, destinato ad essere filato, ritorto o strappato per l'utilizzazione sotto forma di fibra discontinua;

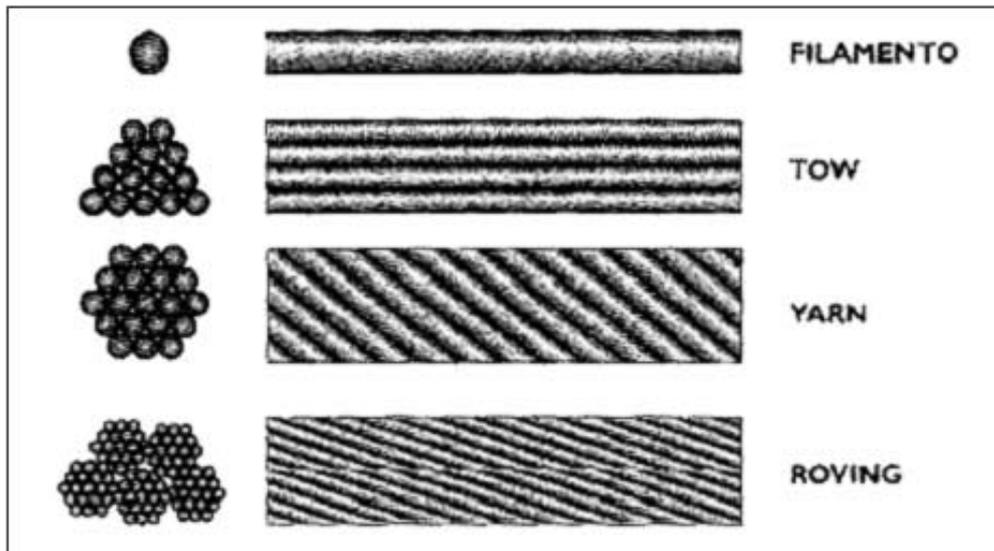


Fig. 86 - Tipologie di fibre

- **filo** o **filato** (*spun yarn*): filo formato da fibre tenute insieme da torsione;
- **filo assemblato** (*roving*): fascio costituito da filati assemblati parallelamente e senza torsione intenzionale.

Unendo insieme alcune centinaia di *tows* o *yarns* si ottiene il *tape*, in cui i *tows* o gli *yarns* possono essere semplicemente affiancati oppure cuciti tra loro o fissati su un supporto»¹⁷⁹.

Las fibras pueden estar en materiales orgánicos como el carbono, en materiales inorganicos como el vidrio o, menos frecuentemente, el boro, o en materiales poliméricos como la aramida.

Las fibras de carbono se producen industrialmente por carbonización de fibras organicas. Según el tipo de fibra orgánica utilizado y de los parámetros de proceso se pueden obtener fibras de carbono con resistencias mecánicas a tracción comprendidas entre 1800 y 3500 MPa y módulo elástico variable entre 200 e 650 GPa. Cuanto más alto es el módulo elástico, más preciosas y costosas resultan las fibras. En la tabla siguiente estan descritas las características mecánicas de los tres tipos de fibras de carbono más comunes, el carbono de alta resistencia, el carbono de alto módulo y del altísimo módulo, comparado con las del acero¹⁸⁰.

		Carbono a alta resistencia	Carbono a alto modulo	Carbono a altisimo modulo	Acero
Densidad	Kg/m3	1800	1850	2100	7850
Modulo elastico	GPa	230	400	700	210
Resist. mec. a tracción	MPa	5000	3000	1500	540
Deform. a ruptura	%	2.0	0.9	0.3	20
Resistencia específica ¹⁸¹	MPa/Kg	2.78	1.62	0.71	0.07

Tab. 1 – Comparación entre las características fisico-mecánicas de varios tipos de fibras de carbono y las del acero.

178. Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo di Interventi di Consolidamento Statico mediante l'utilizzo di Compositi Fibroinforzati 2004, p. 11.

179. Ibid., p. 10 sg.

180. De tipo Feb 44K.

181. Es decir la relación entre la resistencia mecánica a tracción y el peso específico.

Se puede notar como el carbono de alta resistencia, con módulo elástico igual al del acero, es cuatro veces más denso que este, consecuentemente mucho menos pesado, nueve veces más resistente a tracción y diez veces menos deformable. En el sector de las construcciones civiles el tipo de fibras de carbono más utilizado es el de alta resistencia seguido a larga distancia del de alto módulo, mientras que el de altísimo módulo no viene utilizándose prácticamente.

Las fibras de *vidrio* se producen por fusión, punzada y rápida refrigeración de mezclas de varios óxidos; existen varios tipos de fibras de vidrio con prestaciones aun extremadamente diferentes entre ellas. Las más utilizadas son las de vidrio tipo E, más económicas pero con prestaciones mecánicas limitadas, y las de vidrio tipo S, mejores desde el punto de vista de las prestaciones pero decididamente más caras. Como se puede ver en la tab. 2¹⁸² la resistencia mecánica a tracción de las fibras de vidrio S es comparable con aquella de la mayor parte de las fibras de carbono, pero su módulo elástico es más bajo.

		Vidrio tipo E	Vidrio tipo S	Acero
Densidad	Kg/m ³	2550	2500	Densidad
Modulo elastico	GPa	70	90	Modulo elastico
Resist. mec. a tracción	MPa	3500	4700	Resist. mec. a tracción
Deform. a ruptura	%	3.8	5.5	Defom. a ruptura
Resistencia específica	MPa/Kg	1.37	1.88	Resistencia específica

Tab. 2 – Comparación entre las características fisico-mecánicas de fibras de vidrio tipo E y S y aquellas del acero.

Las fibras de *boro* vienen producidas por el poso de una capa de boro sobre un filamento en *tungsteno*. Sus prestaciones son equivalentes a las de las fibras de carbono pero sus costes elevados y su insuficiente flexibilidad han limitado mucho el uso de éstas.

Las fibras de *aramida*, también llamadas Kevlar, son fibras poliméricas de altísimas prestaciones mecánicas, obtenidas por elaboración de poliamidas aromáticas; se caracterizan por un módulo elástico más bajo que las fibras de carbono (tab. 3)¹⁸³ pero, con respecto a estas, tienen una mayor resistencia al impacto. El uso de fibra de aramida es, por lo demás, indicado en el refuerzo de las estructuras en mampostería donde un elevado módulo elástico no es tan necesario y, a menudo, puede constituir un problema.

		Kevlar 29	Kevlar 39	Kevlar 149	Acero
Densidad	Kg/m ³	1440	1450	1470	Densidad
Modulo elastico	GPa	70	140	160	Modulo elastico
Resist. mec. a tracción	MPa	3600	3600	3200	Resist. mec. a tracción
Deform. a ruptura	%	3.6	1.9	1.5	Deform. a ruptura
Resistencia específica	MPa/Kg	2.50	2.48	2.18	Resistencia específica

Tab. 3 – Comparación entre las características fisico-mecánicas de varios tipos de fibras en aramida y aquellas del acero.

1.2. Matriz.

Las matrices más utilizadas por la fabricación de los compuestos fibroreforzados son las poliméricas a base de resinas termo endurecidas. Durante la fase de polimerización estas resinas soportan una modificación química irreversible las cuales, una vez formadas, no se pueden trabajar más (elaboradas) y después de la aplicación de calor se degradan en vez de fundirse. Las resinas más importantes termo endurecidas son las fenolicas, las *amidicas*, las *epoxidicas*, las *poliésteras*, las *siliconicas*, las *alquidicas* y las *espumas uretanicas*.

182. CD-ROM MAPEI.

183. *Ibid.*

Entre todas, las epoxidicas son absolutamente preferibles, sobretodo por sus excelentes capacidades de adherirse al soporte: en la mayor parte de las tipologías de intervención, en efecto, la unión del compuesto al soporte constituye el anillo débil del sistema. Las resinas epoxidicas son mucho mas resistentes a la gran parte de los agentes quimicos que pudieran acometer los materiales de construcción y son casi totalmente impermeables al agua. Sus comportamiento a las altas temperaduras es más bien discreto: ya que más allá de los 80-90°C pueden perder hasta al 50-70% de las propiedades mecánicas que tienen a 20°C; a 120°C tenemos una significativa degradación del material y a 300°C empieza la descomposición del sistema epoxidico, que al final carboniza¹⁸⁴.

2. Los productos.

Los compuestos estructurales se utilizan en la consolidación de las construcciones bajo forma de *tejidos* impregnados directamente en obra, o bien bajo forma de elementos rígidos (barras o más a menudo en placas), ya impregnados con la resina, también llamados *pultrusi* por el particular proceso de producción al que están sotometidos.

2.1. Tejidos.

Los tejidos constituyen probablemente la forma más difusa y más variada de utilización de refuerzo fibroso en la realización de compuestos estructurales. Los tejidos se realizan por medio de telares análogos a los utilizados en la realización de productos textiles más comunes y pueden ser producidos según una gama casi infinita de configuraciones y características, según los materiales utilizados y la disposición que asumen en el plan del tejido y varios haz de fibras. Desde el punto de vista de las configuraciones geométricas es usual distinguir entre tejidos *monoaxiales*, *biaxiales* y *multiaxiales*.

Los *tejidos monoaxiales* estan constituidos de fibras o haz de fibras dispuestas paralelamente (ordito) y tenidas juntas de una trama de filamentos, generalmente perpendicular al ordito, que pueden ser del mismo material de las fibras o, más frecuentemente, de un material diferente, normalmente nailon, poliester u otro

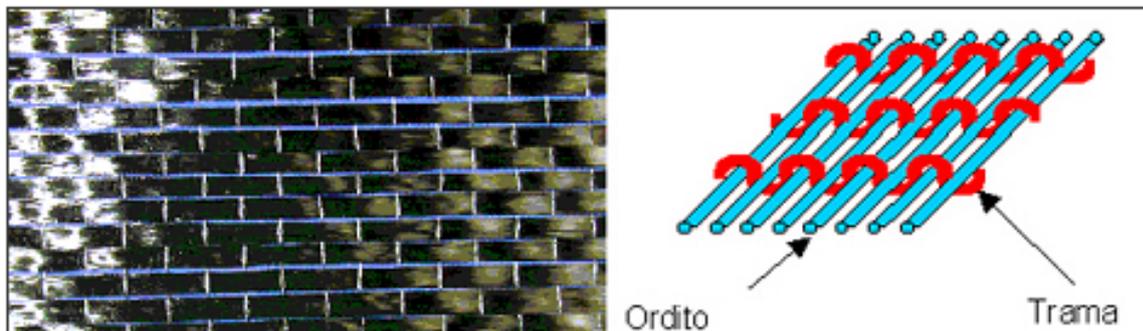


Fig. 87 - Tejido monoaxial; fotografía y esquema.

material de bajo coste e insuficientes prestaciones mecánicas (fig. 87)¹⁸⁵. En los tejidos monoaxiales en efecto los filamentos de la trama no tiene que realizar ninguna función estática sino tienen simplemente la tarea de mantener unido el tejido antes de que venga impregnado. En las técnicas de refuerzo estructural los tejidos monoaxiales encuentra un mayor uso en los casos en los que es conocido a priori la marcha de las líneas isostáticas de tracción, es decir, de las tensiones principales: los tejidos vienen obviamente puestos en obra colocando las fibras del ordito en la dirección del máximo esfuerzo de tracción.

Los tejidos biaxiales se obtienen entrelazando haces de fibras según dos direcciones ortogonales. Si están caracterizados de eslabones suficientemente compactos y próximos pueden ser confeccionados sin la ayuda de filamentos de sostén porque las dos haces de fibras ortogonales se entrelazan y se sostienen recíprocamente (fig. 88)¹⁸⁶. Pueden ser realizados utilizando fibras del mismo tipo en las dos direcciones o fibras de natura diferente (por ejemplo carbono en una dirección y aramida en la otra): en el primero caso el tejido viene definido *equilibrado*¹⁸⁷, en el segundo *híbrido*. Normalmente en

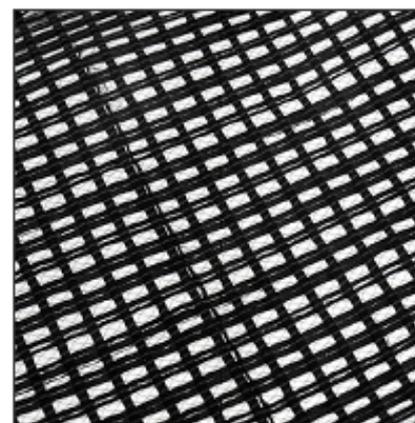


Fig. 88 - Fotografía de tejido biaxial.

184. La máxima parte de este capítulo ha sido tomada por el CD-ROM de la MAPEI.

185. CD-ROM MAPEI.

186. Ibid.

187. Las fibras en las dos direcciones tienen que tener el mismo gramaje (peso por metro cuadrado).

el sector del refuerzo estructural se utilizan tejidos biaxiales de tipos equilibrados, que se utilizan en los casos donde existen dos direcciones principales de tracción.

Los *tejidos multiaxiales* vienen obtenidos, mediante técnicas textiles especiales, colocando las fibras (normalmente del mismo tipo y en la misma cantidad) en diferentes direcciones entre ellas. En el comercio actual existen tejidos tri-axiales (fig. 89)¹⁸⁸, con haces de fibras entretrejidas a lo largo de tres direcciones inclinadas de 120° cada una con respecto a las otras, y tejidos cuadriaxiales, caracterizados por la presencia de fibras inclinadas de 135° las unas con respecto a las otras. En el sector del refuerzo estructural, los tejidos multiaxiales (sobretudo cuadriaxiales) se utilizan allí donde la dirección de las tensiones de tracción no es conocida o puede variar en

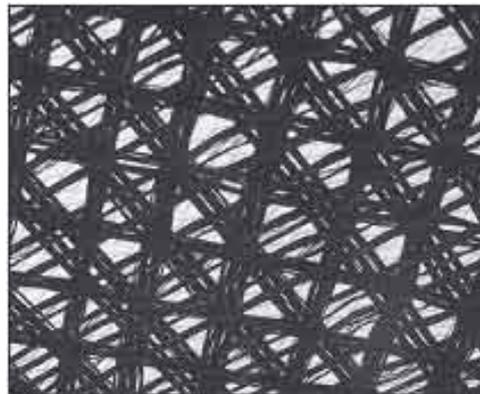


Fig. 89 - Fotografía de tejido cuadriaxial.

función de las cargas exteriores: caso típico es el refuerzo de superficies murales o bóvedadas, donde la exacta marcha de los esfuerzos muchas veces no es de fácil de determinar. En estos casos, la aplicación de un tejido se caracteriza de una distribución casi uniforme de fibras en el llano que permite volver a tomar las tensiones de tracción que se desarrollan en la estructura da reforzar cualquiera sea la marcha de sus curvas de regresión.

2.1.1. Modalidad de colocación.

La primera operación esencial, que tiene que ser efectuada ya en fase de proyección del refuerzo, es la comprobación de la consistencia del soporte sobre el cual se aplicarán los tejidos. A menudo, en efecto, el elemento estructural que tiene que ser reforzado presenta un cierto decaimiento superficial; en estos casos es recomendable proceder, antes de la aplicación del refuerzo, con un saneamiento de la superficie del manufacturado. Si el soporte resulta de buena calidad tendremos que, de todas formas, proceder con una limpieza de la superficie de aceites, grasa y posos superficiales mediante arebùnación, cepilladura o hidrolimpieza. Además es necesario asegurar que la superficie esté plana mediante afeitado, y es indicado extender una primera base de resinas epoxídicas después una de estuque epoxídico por nivelarla más.



Fig. 90a - El tejido viene colocado sobre la primera capa de resina.

Ejecutada la preparación del bajofondo se pasa a la aplicación de los tejidos. Esta puede ser efectuada según dos metodologías: el *dry lay up* ("estratificación en seco"), que prevé la aplicación de los tejidos sin una impregnación preventiva y es apropiado sobretudo en pequeños trabajos, y el *wet lay up* ("estratificación en húmedo"), que prevé en vez una impregnación preventiva y es más apropiado a la ejecución de trabajos de grandes superficies.

En el primer caso se extiende una primera capa de resina, con pincel o con rulo, encima del soporte oportunamente trabajado y se sigue aplicando alternativamente capas de tejidos y capas de resina; la

188. C D-ROM MAPEI.



Fig. 90b - Viene pasado un rulo para eliminar las burbujas de aire.

impregnación de las varias capas de tejido viene de esta manera efectuada durante la aplicación con pincel de las capas de resina. Después de la aplicación de cada capa de fibras se efectúan una o más pasadas con un rulo especial con el fin de eliminar todas las eventuales burbujas de aire (fig. 90).

En el segundo caso varias capas de tejido vienen impregnadas antes de la colocación en un baño de resina y sucesivos “escurridos” para eliminar el exceso de resina y eventuales burbujas. También en este caso, después de la aplicación de cada tejido, se pasa el rulo.



Fig. 90a - Se aplica una segunda capa de resina.

La realización de manufacturados en FRP con el *lay up* manual permite obtener las formas más variadas pero presenta límites sobre todo por lo que atañe a la tasa de refuerzo fibroso alcanzable por el compuesto, que resulta algo bajo. Otro límite de esta tecnología consiste en la dificultad de situar correctamente las fibras en configuración rectilínea: cada desviación de la linearidad de las fibras consigue inevitablemente una reducción de la capacidad de suspensión del compuesto.

2.2. Pultrusi.

La *pultrusión* es una tecnología de producción de manufacturados con compuesto fibroreforzados completamente automatizada; su nombre se deriva del término inglés *pultrusion*, que es la contracción de las dos palabras *pull* (tirar) y *extrusion* (extrusión). La pultrusión prevé la producción de manufacturados mediante un proceso de extrusión, en el cual las fibras continuas vienen sometidas a una sollecitación de tracción que tiene la tarea de garantizar una perfecta alineación de las propias fibras antes de la polimerización de la matriz.

El proceso de pultrusión permite la producción de manufacturados caracterizados por una alineación y una uniformidad de distribución de fibras casi perfectas y una tasa de refuerzo (expresado como porcentaje de volumen de fibras respecto al volumen total) muy elevada y no alcanzable con ninguna otra tecnología.

Por ejemplo, la tasa de refuerzo de un manufacturado pultruso se aproxima al 60% mientras que con la técnica del layout manual difícilmente se alcanza el 40%. El límite de esta tecnología está en la posibilidad de realización exclusivamente manufacturados a sección constante y con fibras todas orientadas en una única dirección, es decir placas, perfil y barras.

Los pultrusos se emplean menos en el refuerzo estructural de la obras en albañilería con respecto a los tejidos. Por lo que concierne a las placas, éstas vienen aplicadas, después de haber efectuado también en este caso una limpieza esmerada del soporte, mediante pegamento a la superficie de la estructura a reforzar con resinas epoxidicas con elevada viscosidad; a causa de la relativa rigidez de susodichas placas, su aplicación se limita solamente a algunos casos, como se ha dicho casi exclusivamente en el campo del cemento armado¹⁸⁹. Los redonditos y las barras no son muy comunes en el refuerzo de las estructuras de albañilería, pero en general de las estructuras existentes: se encuentran más, también si todavía no son muy utilizados por sus costes demasiado altos, como refuerzo no metálico en estructuras de cemento armado de nueva construcción en ambientes sometidos, particularmente agresivos, por los aceros¹⁹⁰.

3. La consolidación de la mampostería.

Los materiales compuestos fibroreforzados se utilizan para reforzar la mampostería, ayudándola a aguantar los esfuerzos de tracción que le vienen impuestos. Las *Instrucciones* del CNR dedican un capítulo¹⁹¹ entero al refuerzo de las estructuras de mampostería, donde vienen tratadas algunas intervenciones sobre elementos específicos en mampostería, las verificaciones de seguridad, de las estructuras murales, donde vienen tratados algunas intervenciones sobre elementos específicos en mampostería las verificaciones de seguridad, la orientación en zonas sísmicas y el tema de la monitoración. En este lugar nos limitaremos a referirnos a los aspectos salientes. Para profundizar en este tema se remite a las *Instrucciones*.

En primer lugar «l'applicazione di rinforzi in FRP deve essere effettuata su elementi strutturali di adeguata proprietà meccaniche. Qualora la muratura si presenti danneggiata, disomogenea o viziata da qualsiasi difetto che precluda la corretta trasmissione degli sforzi mutui con il rinforzo, si deve procedere al suo preconsolidamento secondo tecniche tradizionali¹⁹²».

Nel progettare la intervento con FRP sobre superficies de mampostería «si deve tener presente la completa assenza di traspirabilità dei materiali compositi. Per tale motivo gli interventi di rinforzo strutturale eseguiti con tali materiali non devono, di norma, interessare estese superfici del paramento murario al fine di preservare un'adeguata traspirabilità del sistema¹⁹³».

La intervención de «consolidamento, sia esso adeguamento o miglioramento nell'accezione precisata dalla Normativa vigente, può essere realizzato:

- incrementando la resistenza di pannelli, archi o volte;
- cercando colonne allo scopo di incrementarne la resistenza a compressione e la duttilità;
- riducendo la spinta di strutture spingenti;
- trasformando elementi non strutturali in elementi strutturali, mediante conferimento di rigidezza e capacità resistente;
- rafforzando e irrigidendo strutture orizzontali non spingenti;
- incatenando o fasciando lateralmente l'edificio all'altezza degli impalcati o della copertura¹⁹⁴».

Entrando en el específico, «date le variegata tipologie di rinforzo disponibili sul mercato [...], la scelta del sistema in FRP deve tener conto delle proprietà físicas e químicas della muratura allo scopo di evitare incompatibilità di qualsiasi genere¹⁹⁵». En el ámbito de estudios conductos para optimizar la elección de fibras en la restauración de edificios en mampostería se ha notado que el material compuesto constituido

189. De todas formas, hay que hacer notar que, con respecto a la técnica de refuerzo por impregnación en obra de tejidos, el pegamento de láminas pultrusas presenta la ventaja de una mayor simplicidad de aplicación y de un mayor control de la calidad del resultado, pero hay que enfrentarse con mayor dificultades en la realización de un suficiente anclaje que permita utilizar totalmente sus posibilidades los recursos del refuerzo aplicado.

190. La máxima parte de este capítulo ha sido tomada por el CD-ROM de la MAPEI.

191. El Capítulo 5.

192. *Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo di Interventi di Consolidamento Statico o mediante l'utilizzo di Compositi Fibroinforzati* 2004, p. 87.

193. *Ibid.*

194. *Ibid.*

195. *Ibid.*

de fibras aramidicas y resinas epoxidicas (fibras aramidicas impregnadas en resinas epoxidica según la relación del porcentaje medio: 50% fibra – 50% resina epoxidica) ha dado resultados más satisfactorios. Esto es debido al hecho de que la fibras aramidicas tienen un módulo elástico menor con respecto a las fibras de carbono o de vidrio, y un módulo elástico particularmente elevado, elemento que no constituye una exigencia primaria en el refuerzo de la obra de mampostería, representando más bien en algunos casos un problema.

Los perfiles en barras de fibra aramidica se utilizan generalmente por la realización de las armaduras que hay que insertar en el interior de las paredes de mampostería, asegurando la colaboración con selladura de inyecciones pegantes; los perfiles de cinta son utilizados generalmente en chapeados de bóvedas y arcos y por los vendajes de paneles murales, que puede llegar a interesar el cuerpo entero de fabricación a lo largo del perímetro del edificio.

Desde los estudios resulta también que los tejidos multiaxiales constituyen la armadura ideal por compuestos de refuerzo de las obras de mampostería. En detalle las pruebas de laboratorio han demostrado las mayores características de las prestaciones de tejidos multiaxiales donde las fibras no están entrelazadas sino puestas con cuidado en diferentes orientaciones. Además este tipo de tejidos tiene la ventaja de requerir el empleo de una menor cantidad de resina por la impregnación, con un mayor rendimiento final, ya que en este tejido no hay zonas vacías donde la resina pueda pararse¹⁹⁶.

Por fin, es oportuno recordar que normalmente la crisis del sistema mampostería-compuesto llega por la pérdida de adherencia entre el refuerzo y el elemento reforzado. Por esto es inútil utilizar fibras caracterizadas por una elevada resistencia mecánica a la tracción: el parámetro más importante que hay que tomar en cuenta es su módulo.

3.1. La cosolidación de las cúpulas.

Las Instrucciones del CNR dedican el párrafo 5.5.3. al refuerzo de las cúpulas con materiales compuestos fibro-reforzados; esto tiene la función de bloquear la formación de las cremalleras (bisagras) típicas de las estructuras cúpularer, impidiendo el cebarse de un cinematismo que la llevaría al colapso. Considerada una cúpula sometida a su propio peso, el modelo de intervención solicitado del régimen membranal es diferente con respecto a aquello solicitado del régimen flexional.

Como se ha visto, el régimen membranal está en el origen de la tracción en los paralelos en proximidad del postigo de la cúpula hasta los *riñones*; a esto es debido el típico cuadro rendijado con lesiones a lo largo de los meridianos, que modifica el equilibrio movilizándolo el impulso al postigo. La intervención mediante tejidos circunferenciales en FRP, dispuestos en proximidad de la base de la cúpula, puede servir a contrastar la extensión de la zona rendijada mitigando el incremento de impulso al postigo (fig. 91).



Fig. 91 - Intervención mediante tejidos circunferenciales en FRP, en la cúpula de la Iglesia de Bergamasco - AL (a la derecha), y en la de la Iglesia de Cerrina - AL (a la izquierda).



Fig. 92 - Refuerzos en FRP a lo largo de los meridianos de la cúpula de la Sinagoga de Firenze.



196. Per approfondimenti v. CD-ROM MAPEI e Il ritorno di San Francesco 1999.

«Per valutare il grado di sicurezza della cupola rinforzata vanno effettuate la verifica a trazione del composito e la verifica di delaminazione¹⁹⁷», que consiste en la individualización de aquella fuerza normal al plano de adhesión que favorece la separación¹⁹⁸.

Si se considera el regimen flexional, esto «è generalmente localizzato all'imposta della cupola o lungo il bordo di eventuali lanterne. Per presidiare le zone soggette a flessione si applicano rinforzi lungo i meridiani allo scopo di assorbire il momento flettente sollecitante (fig. 92). [...] Per garantire il corretto funzionamento del rinforzo all'imposta della cupola, quest'ultimo deve essere opportunamente esteso ed ancorato alla struttura sottostante, ricorrendo eventualmente a dispositivi meccanici¹⁹⁹». El fijado mecanico puede ser realizado por medio del así llamado dispositivo a *borla*, constituido de dos mechones de fibras (fig.92): se efectua un agujero al postigo y después se inserta la parte de este dispositivo que viene anteriormente impregnada con resina. La parte restante, se queda afuera del agujero, y viene sucesivamente empapada con resina y fijada a los fibroreforzados.

«Per valutare il grado di sicurezza della cupola rinforzata vanno effettuate la verifica a presso flessione, la verifica a taglio e la verifica a delaminazione. Per la verifica a presso flessione e per quella nei confronti del taglio complanare con il generico elementino della cupola si procede in termini di caratteristiche specifiche (cioè riferite all'unità di lunghezza)²⁰⁰ [...]. Per il taglio ortogonale all'elementino non si deve tener conto del rinforzo in FRP e si deve procedere come nel caso delle murature non rinforzate, operando sempre in termini di caratteristiche specifiche. Per la verifica di delaminazione va tenuto in conto l'azione normale al piano di adesione²⁰¹».



Fig. 93 - Las borlas de anclaje.

Antes que efectuar la consolidación la superficie de la cúpula tiene que, como se ha comentado anteriormente, ser cuidadosamente limpiada, para que el tejido pueda adherirse sin problemas. Además que ser limpiada, la superficie tiene que estar también lisa, por lo cual en el caso que sea muy irregular se puede efectuar una pequeña colada de cemento; es importante que la colada venga lanzada solo en los puntos en el cual serán colocados las tiras de FRP, si no la intervención llega a ser excesivamente pesada.

3.1.1. FRP y con técnicas tradicionales en comparación.

La utilización de materiales compuestos fibroreforzados en la consolidación de las cúpulas implica una serie de ventajas con respecto a las técnicas tradicionales:

197. Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo di Interventi di Consolidamento Statico mediante l'utilizzo di Compositi Fibroinforzati 2004, p. 104.

198. La verificación de laminación hay que realizarla como da instrucciones CNR, párrafo 5.3.3.

199. Istruzioni 2004, p. 104.

200. Las verificaciones a preflexion y a corte complanar se tienen que hacer según las Istruzioni 2004, paragrafi 5.4.1.2.1., 5.4.1.2.2.

201. Istruzioni 2004, p. 104.

- a) Menor peso añadido. Si comparamos con otras soluciones tradicionales, que llegan a prever la colada de una pesante contrabóveda en hormigón armado al extradós de la cúpula, el incremento de masa debido a la intervención con materiales fibroreforzados es insignificante, gracias a la gran ligereza de los compuestos; el hecho que el material añadido recubra superficies limitadas, es decir venga aplicado solo donde es necesario, reduce ulteriormente el peso.
- b) Mejor comportamiento con respecto al terremoto. En primer lugar el escaso incremento de peso de la cúpula implica que el aumento de las aceleraciones sísmicas, proporcionales a la masa, sea igualmente insignificante. En general, los compuestos están caracterizados de una buena respuesta con respecto a la aplicación de cargos cíclicos, evidenciada de una elevada resistencia residual.
- c) Ningun riesgo de infiltración de agua. Al pegar los tejidos se utilizan resinas en pasta o de elevada viscosidad, que no introducen líquidos en la cúpula; esto resulta extremadamente importante sobretudo en el caso en el que en el intradós haya un fresco. Esta evidente diferencia entre este tipo de intervención y los tradicionales: la introducción del hormigón, del cual el agua es un componente, implica una necesaria y esmerada impermeabilización del soporte, que si no está efectuada perfectamente puede comprometer irremediabilmente la integridad del intradós de la cúpula.

- d) Sencillez de la posa en obra. Las técnicas de intervención fundadas sobre la utilización de materiales tradicionales como el hormigón presentan evidentes dificultades operativas, y también muchas molestias de construcción, que en caso de precariedad estática de la estructura pueden llegar a crear situaciones de peligro en fase de consolidación. Los tejidos fibroreforzados, en cambio, gracias a su extrema ligereza y manejabilidad, se ponen en obra sin el empleo de equipos o maquinarias particulares: un número limitado de operadores los puede pegar fácilmente (fig. 94), en tiempos extremadamente breves y, muchas veces, sin que resulte necesario interrumpir el ejercicio de la estructura. Pero hay que remarcar que, mientras las fibras pueden ser manejadas sin particular cautelas siendo inertes, las resinas necesarias al pegamiento son productos tóxicos-nocivos por ingestión y contacto y entonces hay que tratarlas poniéndose guantes de látex, monos de protección y gafas protectoras por eventuales percolaciones.



Fig. 94 - La extrema facilidad de colocación.

- e) Mayor versatilidad del producto. Los tejidos, que pueden tener una longitud elevadísima, tienen el gran valor de no ser rígidos: de esta manera no solo resultan extremadamente adaptables a las superficies curvas de las cúpulas, sino que pueden también asumir formas que permiten evitar gastos de material, para, posteriormente, ser modificado en la misma puesta en obra.
- f) Posibilidad de monitorizar directamente. Entre las fibras del refuerzo pueden ser insertadas fibras ópticas, que monitorizen directamente sobre la intervención realizada; de esta manera se puede evitar la aplicación de sistemas de monitorización del cual hemos hablado en la parte III²⁰².
- g) Mayor durabilidad. Las técnicas de intervención tradicionales presentan muchas dudas sobre sus durabilidad futura, dal momento que se ha notado como muy a menudo las ventajas derivadas da la intervención decaen en el tiempo. En general, en cambio, los materiales compuesto



Fig. 95 - La fisuración a lo largo de los meridianos de una cúpula en mampostería reforzada con tejidos en FRP a la base.

202. En el párrafo 1.2.3.

fibre reforzados muestran una elevada durabilidad, en lo específico por qué son inmunes a la corrosión electroquímica.

h) Mayor compatibilidad con la mampostería. La compatibilidad de los materiales compuestos fibre reforzados con la mampostería es química, física, y mecánica.

i) Menor agresividad formal. Mientras que aplicando un refuerzo en hormigón armado se altera el principio según el cual la cúpula trabaja, la intervención con los materiales fibre reforzados lo conserva inalterado, ayudando simplemente a la estructura a aguantar los esfuerzos de tracción. Esto fué demostrado por una prueba conducida ante la "Università di Venezia" sobre una cúpula hemisférica, cintada el póstigo de una banda en material compuesto fibre reforzado y cargada al cerebro hasta el colapso (fig.95). La modalidad de ruptura a cual esta cúpula fué sometida es totalmente analoga a las generalmente confrontada en una cúpula subdimensionada con respecto al cargo impuesto: antes se



Fig. 96 - El segundo estadio de la fisuración.

ha agrietó a lo largo de los meridianos (fig. fessmerid), sucesivamente a lo largo de los paralelos (fig.96), y finalmente colapsó. Esto demuestra como las cúpulas reforzadas trabajan según el principio que es suyo, estando en condición de soportar fuerzas superiores – en las prueba sobredicha el valor de la fuerza de colapso había superado el peso de la bóveda.

l) Menor impacto estético. Muy a menudo los refuerzos tradicionales comprometen no solamente el principio estructural si no también el aspecto exterior de la cúpula (por ejemplo en la intervención de chapeado del cual se habló en la Parte III²⁰³), decaiendo la mampostería y reduciendo los espacios utilizables como consecuencia de los estorbos de los nuevos elementos puestos en obras. La intervención con fibre reforzados, en cambio, por lo posible, salvaguardan también este aspecto, porque no introducen nuevos estorbos en la cúpula ni se altera la exterioridad.

m) Mayor reversibilidad. Los refuerzos aplicados pueden ser removidos también después de muchos años, y esto implica la posibilidad de ejecutar intervenciones momentaneas de puesta en seguridad. En la realidad. hay que subrallar que la resina epoxidica penetra en las mampostería por un grosor incluido entre 1 mm y 3 mm, y esta porción de material no es removible: aunque entonces sea justo considerar la intervención material con fibre reforzados mayormente reversible con respecto a aquella hecha con hormigón armado, esto no es totalmente verdadero porqué no es totalmente reversible.

Las ultimas ventajas mencionadas (mayor durabilidad, compatibilidad y reversibilidad y menor impacto estético) hacen que la intervención con materiales compuestos fibre reforzados esté en la línea a seguir de las principales instancias conservatorias de la restauración, que piden el máximo respeto en lo posible de lo manufacturado existente.

Desde lo visto hasta ahora los FRP parecen una excelente solución para resolver los desequilibrios de las cúpulas y de la mampostería en general; todavia, como cualquier buen remedio, presentan una serie de problemas que hay que tener en cuenta.

En primer lugar, desde el momento que las técnicas de refuerzo que preven la utilización de materiales compuestos estan algo recientes, el soporte teorico resulta todavia incompleto y por lo que concierne a la literatura técnica, con gran abundancia de investigaciones, pero no existe hoy en dia un conocimiento totalmente fidedigno de los modelos de comportamiento de estructuras fibre reforzados; hay que tener en cuenta que las *Instrucciones por la Proyectación, la Ejecución y el Control de Intervenciones de Consolidación Estatico mediante la utilización de Compuestos Fibre reforzados* del CNR han sido aprobadas solamente en abril de 2005. Además también desde el punto de vista concreto todavia son muy pocas las empresas de construcción que pueden presumir de una gran experiencia en el campo. Hay que subrallar que mientras abundan los casos de refuerzos en las bovedas, son mucho menos comunes los casos de refuerzo en las cúpulas, por esto el estudio en este tema se queda todavia abierto.

Los inconvenientes, más o menos graves, que hasta ahora se han comprobados después de los estudios, las investigaciones y las aplicaciones de fibre reforzados efectuados en las cúpulas son los siguientes:

203. En el parr. 2.3.1.4.

- a) Escasa transpirabilidad de la resina. La resina no permite a la humedad transpirar a través de la superficie mural si no que la aprisiona en su interior, favoreciendo la aparición de fenómenos de degradación que como ya se dijo son particularmente problemáticos en el caso del intradós afrescado. Este problema está vivido también en las técnicas tradicionales: hay que pensar por ejemplo en una contrabóveda en hormigón, que aunque no ha anulado completamente la transpiración, la reduce de mucho. Una reducción del inconveniente en la intervención con fibroreforzados es debida al hecho que, desde el momento que la aplicación no viene efectuada en la superficie entera extadosal, se deja a la humedad la posibilidad de encontrar una salida a través las partes de mampostería dejadas libres.
- b) Escasa resistencia al fuego por parte de la resina. La resina epoxídica no resiste a temperaturas superiores a 80-100°C, valor más allá del cual se licua haciendo venir a menos la adhesión de las fibras de la estructura. En caso de incendio entonces, si el refuerzo ha sido aplicado por soportar cargas permanentes, la crisis de las resinas es algo grave y la estructura puede alcanzar el colapso. Si en vez el refuerzo tiene la función de soportar los cargos accidentales, por ejemplo sirve para mejorar la respuesta sísmica del manufacturado, la situación no es tan problemática porque el refuerzo no resulta indispensable en el momento del incendio, a menos que no se verifiquen contemporáneamente incendio y sisma. La escasa resistencia al fuego de las resinas puede en todos los casos ser mitigada por la aplicación de adecuados revestimientos protectivos, como de todas formas sucede en las estructuras metálicas.
- c) Exigencia de una perfecta planearidad del soporte. Esta exigencia nace de la necesidad de hacer trabajar a las fibras colocandolaa perpendicularmente con respecto a la directriz de los esfuerzos de tracción, para que puedan ofrecer la máxima resistencia posible en función de las características propias del material. La planearidad viene normalmente alcanzada nivelando la superficie a través de la aplicación de estuques epoxídicas, que tienen que ser limitados a la parte del extradós sobre el cual estarán extendidos los tejidos para evitar un excesivo peso de la cúpula. Los estuques epoxídicos tienen la desventaja de tener características mecánicas muy diferentes con respecto a las de las estructuras en mampostería las cuales tienen que adherir, y esto es problemático sobretodo en el caso en el cual el grosor de la nueva sección existente sea notable. Se crea además, una superficie de contacto añadida entre mampostería y refuerzo, que aumenta la posibilidad de separación en la conexión de las superficies.
- d) Decaimiento total de los equipos de trabajo. Por mezclar y aplicar las resinas son necesarios recipientes limpios, pinceles o rulos nuevos y dosificadores graduados. Pasado el tiempo de utilización de la resina mezclada esta empieza a hacer presa por medio de una reacción irreversible que implica también los equipos utilizados por prepararla y aplicarla. Eventuales huellas de resinas no endurecidas pueden ser quitadas de vestidos y objetos comunes con solvente nitro, pero es imposible limpiar adecuadamente los equipos y esto comporta la frecuente renovación total, en particular de los pinceles y de los rulos, durante la misma aplicación.

A la luz de las ventajas y desventajas ofrecidas por esta técnica de consolidación con fibroreforzados, considerado que los primeros prevalecen claramente sobre los segundos los cuales muy a menudo es posible remediar sin demasiadas dificultades, se considera ahora un último parámetro, que desafortunadamente tiene que ser tomado en cuenta, aunque sea en juego la integridad, y a veces la misma salvación, de monumentos históricos: el coste de la intervención. El coste de la mano de obra resulta más bajo, por qué la intervención solicita el empleo de pocos operadores los cuales efectúan operaciones simples y repetitivas. Incide negativamente el coste de los objetos de protección personal y de los equipos, que como se ha visto se tienen que cambiar a menudo. El coste de las materias primas es algo elevado, pero cómo que el módulo de resistencia es muy alto se puede reducir drásticamente la cantidad. Considerados estos parámetros, y el hecho que vienen eliminados los costes derivados de eventuales interrupciones en el ejercicio de la estructura, la intervención global puede resultar más económica sobretodo si se extiende la evaluación en el tiempo, desde el momento que la intervención tiene una durabilidad claramente superior con respecto a otros e incrementa la vida útil de la misma estructura.

Bibliografía

AA.VV., ENCICLOPEDIA DELL'ARCHITETTURA, MILANO, GARZANTI EDITORE, 1996.

AA.VV., IL RITORNO DI SAN FRANCESCO, MILANO, EDITORE MAPEI S.P.A., 1999.

Leon Battista Alberti, L'ARCHITETTURA: DE RE AEDIFICATORIA, MILANO, POLIFILO, 1966.

Dario Almesberger, Antonio Rizzo, Iztok Smotlak, Federico Fabbro, MONITORAGGIO DELLE COSTRUZIONI DI INTERESSE STORICO-MONUMENTALE CON SISTEMI AUTOMATICI DI ACQUISIZIONE E TRASMISSIONE DATI IN TEMPO REALE, EN ATTI DEL IV CONGRESSO NAZIONALE DI CONSOLIDAMENTO E RECUPERO DELL'ARCHITETTURA TRADIZIONALE: DAGLI INTERVENTI SINGOLI AGLI INTERVENTI D'INSIEME URBANO, PRATO, JUNIO 1992, ROMA, EDIZIONI KAPPA, 1992, PP. 433-443.

Carlo Amerio, Giovanni Canavesio, MATERIALI PER L'EDILIZIA, TORINO, SOCIETÀ EDITRICE INTERNAZIONALE, 1999.

Carlo Amerio, Giovanni Canavesio, TECNICHE ED ELEMENTI COSTRUTTIVI, TORINO, SOCIETÀ EDITRICE INTERNAZIONALE, 2000.

ALESSANDRA BARBIERI, ANGELO DI TOMMASO, Prove dinamiche su volte in muratura rinforzate con materiali compositi, en "Ingegneri Architetti Costruttori", n.636 (2003), pp. 15-21.

Gianni Bartoli, Carlo Blasi, Vittorio Gusella, IL SISTEMA DI MONITORAGGIO DELLA CUPOLA DEL BRUNELLESCHI: ANALISI DEI DATI RILEVATI (1988/1990), EN ATTI DEL IV CONGRESSO NAZIONALE DI CONSOLIDAMENTO E RECUPERO DELL'ARCHITETTURA TRADIZIONALE: DAGLI INTERVENTI SINGOLI AGLI INTERVENTI D'INSIEME URBANO, PRATO, JUNIO 1992, ROMA, EDIZIONI KAPPA, 1992, PP. 445-455.

Filippo Bastianini, IL CONTROLLO NON DISTRUTTIVO DEI RINFORZI STRUTTURALI IN MATERIALE COMPOSITO, EN "INGEGNERI ARCHITETTI COSTRUTTORI", N.636 (2003), PP. 33-38.

Amedeo Bellini, TECNICHE DELLA CONSERVAZIONE, MILANO, FRANCO ANGELI, 1994.

Odone Belluzzi, SCIENZA DELLE COSTRUZIONI - VOLUME II, BOLOGNA, ZANICHELLI, 1969.

Edoardo Benvenuto, LA SCIENZA DELLE COSTRUZIONI E IL SUO SVILUPPO STORICO, FIRENZE, SANSONI EDITORE, 1981.

DAVID P. BILLINGTON, Thin-Shell Concrete Structures, en EDWIN H. GAYLORD, CHARLES N. GAYLORD (curado por), Structural engineering handbook, New York, Mc-Graw Hill Publishing Company, 1990, cap.24 pp. 1-57.

Barbara Bonfiglioli, Giovanni Pascale, IMPIEGO DI SENSORI A FIBRA OTTICA PER IL MONITORAGGIO DI RINFORZI IN FRP E ALTRI MATERIALI, EN "INGEGNERI ARCHITETTI COSTRUTTORI", N.636 (2003), PP. 27-32.

Andrea Cametti, Claudia Cennamo, Michela Monaco, EVOLUZIONE DEL CONCETTO DI CONSOLIDAMENTO DELLE STRUTTURE MURARIE ATTRAVERSO LE INNOVAZIONI TECNOLOGICHE, EN ATTI DEL III CONVEGNO NAZIONALE DI MANUTENZIONE E RECUPERO NELLA CITTÀ STORICA, ROMA, MAYO 1999, ROMA, FRATELLI PALOMBI EDITORI, 1999, PP. 165-174.

Maria Ida Cametti, LA CURVA DELLE PRESSIONI NELLA RICERCA DELLA RESISTENZA DELL'ARCO IN MURATURA, EN Rosalba Ientile (CURADO POR), IL CONSOLIDAMENTO DEI MANUFATTI STORICI, TORINO, CELID, 2000, PP. 137-149.

ALBERTO CARPINTERI, Scienza delle costruzioni 1, Bologna, Pitagora Editrice Bologna, 1995.

Alberto Carpinteri, SCIENZA DELLE COSTRUZIONI 2, BOLOGNA, PITAGORA EDITRICE BOLOGNA, 1995.

Vittorio Ceradini, Luciano Palmesano, Aldo Benvenuto, Cesare Tocci, LA RICOSTRUZIONE DELLA CUPOLA DI SAN GIOVANNI BATTISTA DELLE MONACHE A NAPOLI: IL COMPLETAMENTO DEL PROGETTO DI ANTONINO GIUFFRÈ, EN ATTI DEL III CONVEGNO NAZIONALE DI MANUTENZIONE E RECUPERO NELLA CITTÀ STORICA, ROMA, MAYO 1999, ROMA, FRATELLI PALOMBI EDITORI, 1999, PP. 247-256.

GIUSEPPE CIGNI, Il consolidamento murario, Roma, Edizioni Kappa, 1978.

MARIO COMO, Sulla definizione dei modelli resistenti per le strutture murarie: insegnamenti dal recente crollo nella Cattedrale di Noto e da tanti dissesti verificatisi nel passato, en Atti del III Convegno Nazionale di Manutenzione e recupero nella città storica, Roma, mayo 1999, Roma, Fratelli Palombi Editori, 1999, pp. 285-292.

MARIO COMO, Un antico restauro statico della cupola di San Pietro a Roma, en CLAUDIA CONFORTI (curado por), Lo specchio del cielo, Milano, Electa, 1997, pp. 245-259.

CLAUDIA CONFORTI, Cupole, chiese a pianta centrale e culto mariano nel rinascimento italiano, en CLAUDIA CONFORTI (curado por), Lo specchio del cielo, Milano, Electa, 1997, pp. 67-85.

CHARLES COULOMB, Essai sur une application de maximis et minimis à quelques problèmes de statique, relatifs à l'Architecture, en Mémoires de Mathématique et de Physique présentés à l'Académie Royale des Sciences, par divers Savants, et lus dans le Assemblées – Année 1773, Parigi 1776.

RENATO DE FUSCO, L'architettura del Quattrocento, Torino, UTET, 1984.

ANTONELLA DE LUCA, Le attività della convenzione europea della costruzione metallica nel campo del restauro, en Atti del IV Congresso Nazionale di Consolidamento e recupero dell'architettura tradizionale: dagli interventi singoli agli interventi d'insieme urbano, Prato, junio 1992, Roma, Edizioni Kappa, 1992, pp. 129-137.

SALVATORE DI PASQUALE, Le murature tre arte del costruire e scienza delle costruzioni, en Atti del III Convegno Nazionale di Manutenzione e recupero nella città storica, Roma, mayo 1999, Roma, Fratelli Palombi Editori, 1999, pp. 83-94.

SALVATORE DI PASQUALE, CLAUDIO MESSINA, Corso di costruzioni – Volume III, Firenze, Le Monnier, 1995.

LUIGI GAMBAROTTA, ANDREA GHIA, FABRIZIO TOSELLI, Sulla sicurezza strutturale di cupole ogivali rinascimentali: la Basilica di S. Maria di Carignano, en Atti del III Convegno Nazionale di Manutenzione e recupero nella città storica, Roma, mayo 1999, Roma, Fratelli Palombi Editori, 1999, pp. 357-368.

JACQUES HEYMAN, Poleni's problem, en Proc. Instn Civ. Engrs vol.84 (1988), pp. 737-759.

JACQUES HEYMAN, The Stone Skeleton, Cambridge, Cambridge University Press, 1995.

ROSALBA IENTILE, La resistenza della muratura negli edifici storici, en ROSALBA IENTILE (curado por), Il consolidamento dei manufatti storici, Torino, Celid, 2001, pp. 31-58.

ROSALBA IENTILE, Per un consolidamento consapevole dei beni architettonici, Torino, Celid, 2000.

LAMBERTO IPPOLITO, Aspetti costruttivi e strutturali delle cupole toscane dei secoli XV e XVI, en CLAUDIA CONFORTI (curado por), Lo specchio del cielo, Milano, Electa, 1997, pp. 103-116.

LAMBERTO IPPOLITO, Cupole toscane dei secoli XV e XVI, en CLAUDIA CONFORTI (curado por), Lo specchio del cielo, Milano, Electa, 1997, pp. 87-102.

ROSS KING, *La cupola di Brunelleschi*, Milano, Rizzoli, 2001.

ANTHONY KOOHARIAN, *Limit Analysis of Voussoir (Segmental) and Concrete Arches*, en "Journal of the American Concrete Institute", n.24 (1952), pp. 317-328.

PIETRO LENZA, PIER PAOLO ROSSI, *Problemi di conservazione e sicurezza strutturale di organismi murari*, en *Atti del III Convegno Nazionale di Manutenzione e recupero nella città storica*, Roma, mayo 1999, Roma, Fratelli Palombi Editori, 1999, pp. 417-424.

MATTHYS LEVY, MARIO SALVADORI, *Perché gli edifici cadono*, Milano, Strumenti Bompiani, 2002.

LORENZO MASCHERONI, *Nuove ricerche sull'equilibrio delle volte*, Bergamo 1785.

SISTRO MASTRODICASA, *Dissesti statici delle strutture edilizie: diagnosi e consolidamento*, Milano, Hoepli, 1999.

E. MERY, *Sur l'équilibre de voûtes et besseau*, en « *Annales des Ponts et Chaussées* », Parigi 1840.

Luciano Maria Monaco, *SULLA VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA DEGLI ARCHI IN MURATURA, EN ATTI DEL IV CONGRESSO NAZIONALE DI CONSOLIDAMENTO E RECUPERO DELL'ARCHITETTURA TRADIZIONALE: DAGLI INTERVENTI SINGOLI AGLI INTERVENTI D'INSIEME URBANO*, PRATO, JUNIO 1992, ROMA, EDIZIONI KAPPA, 1992, PP. 545-555.

Antonio Occhiuzzi, Paolo Clemente, *MECCANISMI DI ROTTURA E SICUREZZA DEGLI ARCHI MURARI, EN ATTI DEL IV CONGRESSO NAZIONALE DI CONSOLIDAMENTO E RECUPERO DELL'ARCHITETTURA TRADIZIONALE: DAGLI INTERVENTI SINGOLI AGLI INTERVENTI D'INSIEME URBANO*, PRATO, JUNIO 1992, ROMA, EDIZIONI KAPPA, 1992, PP. 557-567.

ENRICO OLIVERI, *Lezioni di meccanica razionale*, Catania, Editrice Giannotta.

CARMEN PICCIRILLI, *Consolidamento critico e sue premesse storico-strutturali*, Roma, Multigrafica Editrice, 1989.

GIULIO PIZZETTI, ANNA MARIA ZORGNO TRISCIUOGLIO, *Principi statici e forme strutturali*, Torino, UTET, 1980.

GIOVANNI POLENI, *Memorie Istoriche del Gran Tempio Vaticano*, Padova 1748.

PAOLO ROCCHI, SANTE BLASE, CARMEN PICCIRILLI, *Manuale del consolidamento: contributo alla nascente trattatistica*, Roma, DEI, 1994.

MARIA MARGARITA SEGARRA LAGUNES, *Sistemi tradizionali di consolidamento in Messico*, en *Atti del IV Congresso Nazionale di Consolidamento e recupero dell'architettura tradizionale: dagli interventi singoli agli interventi d'insieme urbano*, Prato, junio 1992, Roma, Edizioni Kappa, 1992, pp. 395-405.

SERGIO TINÈ, *La pratica del restauro: materiali, macchine, tecnologie*, Milano, BE-MA Editrice, 1985.

EDUARDO TORROJA, *La concezione strutturale*, Torino, UTET, 1960.

Salvatore Tringali, Roberto De Benedictis, Rosanna La Rosa, Carmelo Russo, Antonio Bramante, Carlo Gavarini, Gianfranco Valente, Vittorio Ceradini, Cesare Tocci, Stephen Tobriner, Michele Maugeri, Luigi Binda, Giulia Baronio, *LA RICOSTRUZIONE DELLA CATTEDRALE DI NOTO, EN ATTI DEL III CONVEGNO NAZIONALE DI MANUTENZIONE E RECUPERO NELLA CITTÀ STORICA*, ROMA, MAYO 1999, ROMA, FRATELLI PALOMBI EDITORI, 1999, PP. 571-578.

Ademàs se han utilizado los Apuntes de *Tecnica delle Costruzioni II (Lastre a semplice e doppia curvatura)* escritos por el prof. C. Bosco en el 1996/97.

Normas y Instrucciones

Norme tecniche per le costruzioni – 4 maggio 2005 – Versione approvata dal Consiglio Superiore dei LL.PP. con il recepimento degli emendamenti proposti dal Dipartimento della Protezione Civile.

Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo di Interventi di Consolidamento Statico mediante l'utilizzo di Compositi Fibrorinforzati, CNR-DT 200/2004, Roma 2004.

Norme tecniche per la progettazione e collaudo degli edifici in muratura e per il loro consolidamento (Decreto Ministeriale 20/11/1987).

Paginas web

<http://www.astrea.it>

<http://www.compositifrp.it>

<http://www.edilportale.com>

<http://www.enco-journal.com>

<http://www.infobuild.it>

<http://www.maxfor.com>

<http://www.ruredil.it>

CD-ROM

MAPEI; MAXFOR Srl; Ruredil S.p.A.; Sika Italia S.p.A.