



ISSN 1850-2512 (impreso)
ISSN 1850-2547 (en línea)

UNIVERSIDAD DE BELGRANO

Documentos de Trabajo

**Departamento de Investigaciones
Facultad de Ingeniería**

**Desarrollo de una metodología para medir el
diámetro pupilar ocular a partir del procesado de
imágenes conteniendo el ojo**

N° 221

Arturo Bianchetti¹
Silvia Ana Comastri²

Departamento de Investigaciones
Noviembre 2008

Universidad de Belgrano
Zabala 1837 (C1426DQ6)
Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Argentina
Tel.: 011-4788-5400 int. 2533
e-mail: invest@ub.edu.ar
url: <http://www.ub.edu.ar/investigaciones>

1. Grupo de Óptica y Visión-Facultad de Ingeniería-Universidad de Buenos Aires; Facultad de Ingeniería-Universidad de Belgrano-Buenos Aires

2. Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas; Grupo de Óptica y Visión-Facultad de Ingeniería-Universidad de Buenos Aires; Facultad de Ingeniería-Universidad de Belgrano-Buenos Aires

Para citar este documento:

Bianchetti, Arturo y Comastri, Silvia A. (2008). Desarrollo de una metodología para medir el diámetro pupilar ocular a partir del procesado de imágenes conteniendo el ojo. Documento de Trabajo N° 221, Universidad de Belgrano. Disponible en la red: http://www.ub.edu.ar/investigaciones/dt_nuevos/221_bianchetti.pdf

Palabras clave: pupila ocular, calidad visual; procesamiento de imágenes

Artículo escrito para la Universidad de Belgrano (2008)

Email: scomastri18@yahoo.com

Resumen

La pupila natural del ojo humano suele ser aproximadamente circular y, para condiciones externas fijas, su diámetro depende no solo del sujeto sino también de su estado psicofísico. Para un dado sujeto, las aberraciones, la difracción, la profundidad de foco y la iluminación retiniana dependen del diámetro pupilar, el cual a su vez varía en función de la iluminación ambiente. La medición de este diámetro es importante al realizar pruebas objetivas y subjetivas para determinar la calidad visual y/o al corregirla y también para conocer el nivel de vigilia o anestesia o detectar la presencia de narcóticos pues un individuo excitado tiene una pupila mayor que si está somnoliento. En este artículo se desarrolla un software implementado en MATLAB, denominado AS08, capaz de procesar imágenes que contienen un ojo y de medir el diámetro de una pupila circular, tanto en píxeles como en milímetros. Las imágenes pueden registrarse dentro del espectro visible o en el infrarrojo cercano y AS08 puede operar en modo autónomo (de manera automatizada) o en modo de comandos extendidos (con entrada de parámetros por el usuario para facilitar el procesamiento). Se realiza un pre-procesamiento de la imagen (selección de la región pupilar; expansión de contraste y corrección gamma; suavizado; elección de un nivel de gris umbral; detección de borde y conversión a imagen binaria) para adaptarla al módulo de detección y medición pupilar. Este módulo utiliza la transformada de Hough para detectar círculos la cual requiere un consumo de recursos computacionales más reducido que otros algoritmos. Se analizan varias aplicaciones en las que se consideran imágenes registradas con una cámara de fotos digital estándar o con cámaras de infrarrojo y se mide en milímetros el diámetro pupilar de un joven bajo dos condiciones de iluminación.

Abstract

The natural pupil of the human eye is often almost circular and, for fixed external conditions, its diameter depends not only on the subject but also on his psychophysical state. For a given subject, aberrations, diffraction, depth of focus and retinal illumination depend on pupil diameter which, on its turn, varies according to ambient illumination. The measurement of this diameter is important when performing objective and subjective tests to determine visual quality and/or when correcting it and also to know the vigil or anesthesia level or to detect the presence of drugs since an excited subject has a larger pupil than a dreamy one. In this article, a software implemented in MATLAB, denominated AS08, able to process images containing an eye and measure, both in pixels and in millimeters, a circular pupil diameter is developed. The images can be captured within the visible spectrum or in near infrared and AS08 can operate in an autonomous mode (in an automatic manner) or in an extended commands mode (with parameters chosen by the user to facilitate processing). The image is pre-processed (selection of pupil region; contrast expansion and gamma correction; blur introduction; definition of threshold grey level; border detection and conversion of the image to a binary one) to adapt it to the pupil detection and measurement module. This module uses the Hough transformation to detect circles which requires lesser computational resources than other algorithms. Various applications in which images are captured with a standard digital photo camera or with infrared cameras are analyzed and pupil diameter of a young subject under two illumination conditions is measured in millimeters.

1. Introducción

Cuando se determina la calidad visual mediante pruebas objetivas (aberrometría ocular y corneal, medición de la función de punto extendida, etc.) o subjetivas (agudeza visual, deslumbramiento, sensibilidad al contraste, etc.) suele ser de interés¹⁻⁹ conocer el diámetro pupilar ocular. La determinación de este diámetro también es importante en ciertos tratamientos para corregir la visión como es el caso de la cirugía refractiva¹⁰⁻¹² (Lasik) pues aquellos sujetos que presentan diámetros grandes deben ser advertidos de que corren un mayor riesgo de padecer de distorsiones visuales nocturnas permanentes tales como halos, imágenes múltiples y pérdida de sensibilidad al contraste. Por otra parte, aunque algunos sujetos pueden tener pupila elíptica o padecer de coloboma o deformaciones de iris causadas por cirugías, la mayoría de las pupilas humanas naturales pueden aproximarse a circulares.

En este trabajo presentamos el software AS08 el cual, basándonos en el libro de Gonzalez y Woods¹³ pero realizando algunas adaptaciones, desarrollamos en MATLAB para detectar la ubicación y el diámetro

de una pupila ocular circular presente en una imagen. El software puede procesar imágenes en formato RGB o en escala de grises, registradas en el espectro visible o en el infrarrojo cercano. Adicionalmente AS08 contiene un proceso de auto-calibración implementado por nosotros que permite medir el diámetro pupilar en milímetros además de en píxeles lo cual brinda una considerable ventaja respecto a otros dispositivos capaces de medirlo solamente en píxeles. El software AS08 puede operar en modo autónomo (AU) o en modo de comandos extendidos (EX) según lo desee el usuario. En modo AU no hay intervención del usuario por lo que AS08 puede integrarse a procesos automatizados mientras que en modo EX el usuario elige algunos parámetros con lo cual facilita el procesamiento de la imagen. En la sección 2 se describe como adquirimos las imágenes, la notación y coordenadas utilizadas y cuales son los datos solicitados por AS08 al comenzar a operar. En la sección 3 tratamos el pre-procesamiento de imágenes^{13,14} utilizado para la adaptación de la imagen al módulo de detección de círculos mediante la transformada de Hough la cual requiere contar con una imagen binaria y, aunque tiene la virtud de reducir cálculos computacionales en comparación a otros esquemas, su demanda de procesamiento no es despreciable. El pre-procesamiento consiste en selección de la región pupilar (que se realiza solo si se emplea el modo EX); mejora del contraste (expansión de contraste y corrección gamma); suavizado; umbralizado; detección de borde y binarizado. En la sección 4 se trata el módulo de detección y se explica brevemente la teoría concerniente a la transformada de Hough para detección de círculos¹³. En la sección 5 presentamos algunos casos de estudio^{15,16} que muestran las virtudes y limitaciones de AS08. En la sección 6 explicamos el proceso de auto-calibración que posibilita a AS08 medir el diámetro pupilar en milímetros y mostramos resultados obtenidos para un joven bajo dos condiciones fotópicas de iluminación¹⁷.

2. Adquisición de imágenes, notación y datos solicitados por AS08

En esta sección se explica como se adquieren y cuales son las imágenes consideradas; se define la notación y coordenadas utilizadas y, mediante un diagrama de flujo, se muestran los datos solicitados por AS08 para operar en modo AU o en modo EX.

2.1. Adquisición de imágenes

La imagen a ser procesada por AS08 puede ser RGB o B&N y puede registrarse utilizando un detector sensible al visible o puramente al infrarrojo. Los detectores sensibles al visible (cámaras fotográficas digitales convencionales, CCD, CMOS, etc.) están ampliamente disponibles pero tienen la desventaja que el contraste iris-pupila depende de las condiciones de iluminación. Los detectores de infrarrojo, en cambio, suelen brindar imágenes con alto contraste iris-pupila independientemente del color de iris y, además, la calidad de las imágenes no depende de las condiciones de iluminación.

Para analizar el funcionamiento de AS08 utilizamos imágenes capturadas dentro del espectro visible y en el infrarrojo cercano. Las primeras se registran con una cámara digital Kodak CX7330 en condiciones de iluminancia¹⁷ en el ojo relativamente alta pues si la iluminancia es baja, el contraste iris-pupila no es satisfactorio sobre todo si el iris es oscuro. Las segundas se extraen de la base de datos CASIA¹⁵ (Chinese Academy of Sciences) en la cual se presentan 22051 imágenes oculares de más de 700 sujetos. Identificamos las imágenes del visible como SC1, SC2, SC3 y SC4 (correspondientes a un ojo con iris claro de un joven normal SC y registradas en diferentes condiciones externas); AB1 (correspondiente a un ojo con iris oscuro de un joven AB) y CL1 (correspondiente a un ojo con coloboma de iris y registrada en St. Erik's Eye Hospital¹⁶) y las imágenes de infrarrojo mediante IR1, IR2 e IR3.

2.2. Notación y coordenadas

Teniendo en cuenta imágenes en blanco y negro, el nivel de intensidad de píxel o nivel de gris, denotado J , puede tomar valores enteros desde 0 a 255 (8 bits por píxel). El rango dinámico es el conjunto de valores de J que contiene la imagen. En la imagen se definen coordenadas cartesianas (x,y) y se tienen valores discretos, uno para cada píxel, de (x,y) . El software AS08 ajusta las operaciones al tamaño de la imagen (que contiene un número $M \times N$ de píxeles que varía según la imagen considerada) de manera que no se requiere un tamaño específico y, por ejemplo, en la Figura 1 se muestra una imagen de 320×280 píxeles.

Si $J_{ENTRADA}$ y J_{SALIDA} denotan los valores de los niveles de gris en cada píxel de una imagen de entrada y de una imagen procesada respectivamente y si G indica una operación que transforma la entrada en la salida se definen $f(x,y)$ y $g(x,y)$ mediante

$$J_{ENTRADA} = f(x, y) \quad J_{SALIDA} = g(x, y) = G[f(x, y)] \quad (1)$$

Consideramos un contraste¹⁷, que denominamos visual y denotamos C_V , que es análogo pero no idéntico a la fracción de Weber³ $C_W = (L_{obj,max} - L_{fondo}) / L_{fondo}$ (siendo L_{obj} y L_{fondo} las luminancias¹⁷ en el objeto y en el fondo). Si $J_{circulo}$ y $J_{entorno}$ indican el promedio de niveles de gris en el círculo a detectar y en su entorno respectivamente, definimos $C_V = |J_{circulo} - J_{entorno}| / J_{entorno}$.

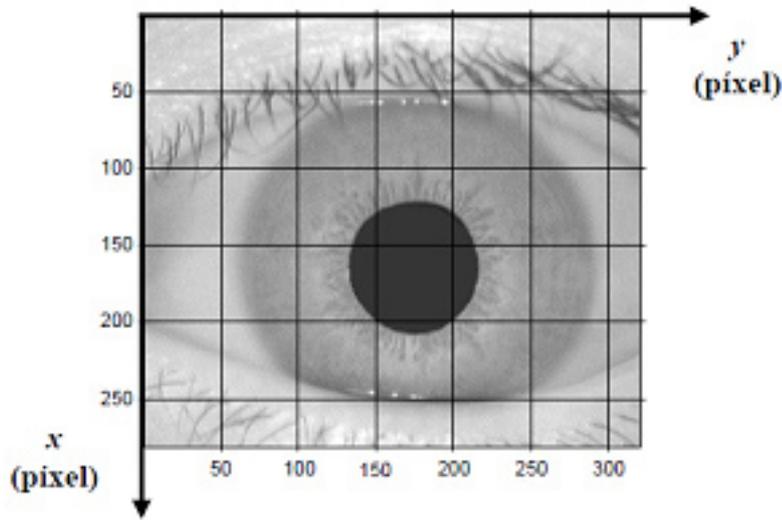


Figura 1. Coordenadas (x,y) en una imagen a ser procesada por AS08 y ejemplificación en el caso de la imagen IR1.

2.3. Datos solicitados por AS08 para comenzar a operar

El software AS08 puede operar en dos modos: autónomo (AU), que no requiere de intervención del usuario, o en modo de comandos extendidos (EX), que permite al usuario especificar los parámetros de cada uno de los módulos que componen AS08 reduciendo la cantidad de procesamiento requerido por la aplicación y optimizando la detección. Antes de comenzar a operar, AS08 solicita al usuario los datos de Figura 2.

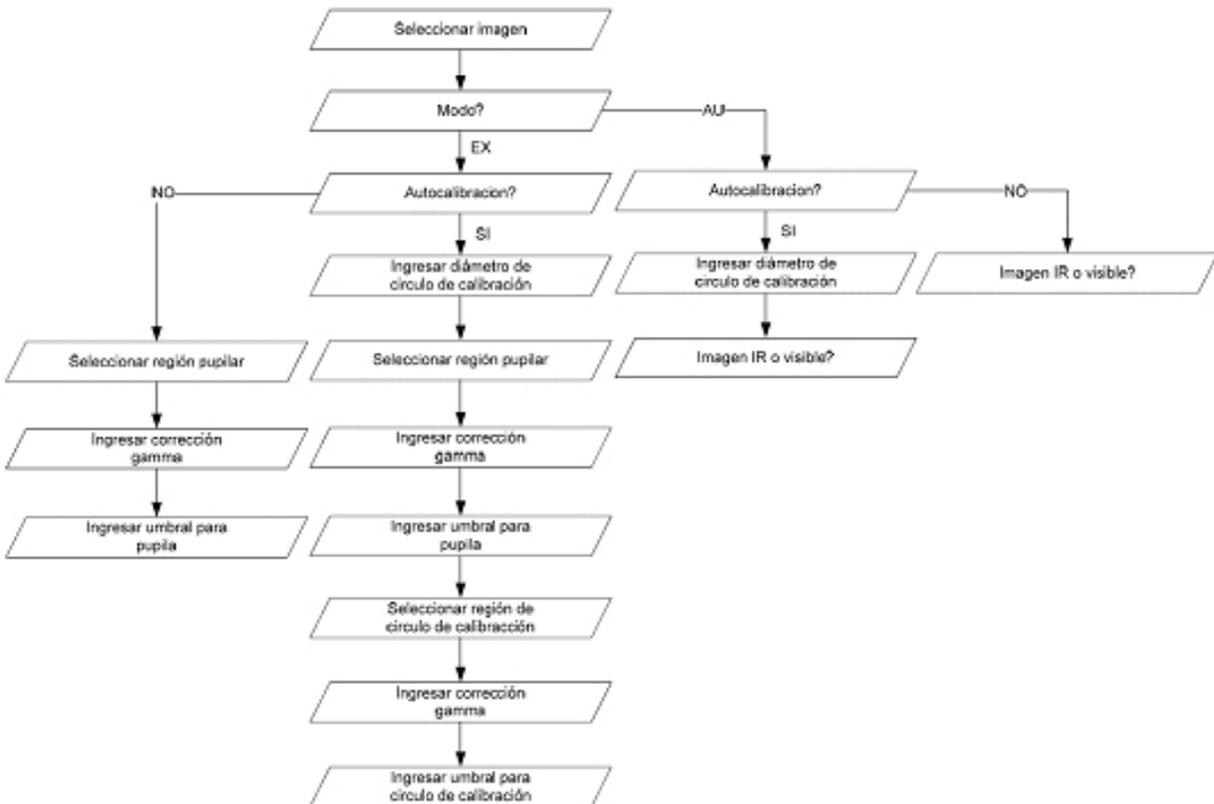


Figura 2. Datos solicitados por AS08 para operar en modo AU (autónomo) o en modo EX (comandos extendidos)

3. Pre-procesamiento de una imagen que contiene una pupila ocular

El pre-procesamiento se realiza para simplificar la imagen sin perder información relevante de manera de minimizar el tiempo de procesamiento y posibilitar el uso de la transformada de Hough para detección de círculos la cual requiere una imagen de entrada binaria. La primera simplificación consiste, si fuera necesario, en convertir la imagen capturada a niveles de gris. Una imagen RGB puede representarse como un array de $M \times N \times K$, donde M y N corresponden a ancho y alto de de la imagen medido en cantidad de píxeles y K a colores de la imagen (rojo, verde y azul). Para simplificar los cálculos, eliminamos la información de color, promediando los niveles de intensidad del rojo, verde y azul de cada píxel, y convertimos el array en una matriz de $M \times N$. En la Figura 3 mostramos el resultado de la conversión de una imagen RGB a escala de grises. En lo que sigue explicamos las etapas del pre-procesamiento que son: selección de la región pupilar (que se realiza solo si se emplea el modo EX); mejora del contraste (expansión y corrección gamma); suavizado; umbralizado, detección de borde y binarizado.



Figura 3. Conversión de la imagen SC1 de RGB a escala de grises.

3.1. Selección de la región pupilar

El software AS08 usado en modo EX, permite especificar la región sobre la cual va a operar la detección, esto reduce la cantidad de píxeles tenidos en cuenta facilitando el procesamiento y, por ejemplo, en la Figura 4 se muestra la selección del área ocular para la imagen SC1. Si, en cambio, se utiliza el modo AU, la detección opera sobre la totalidad de la imagen.

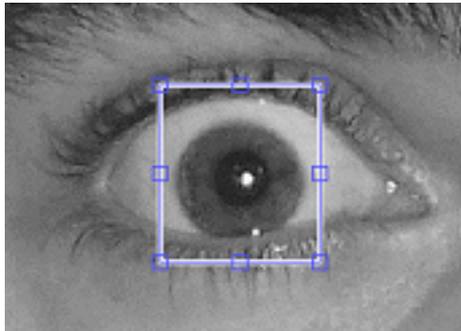


Figura 4. Selección manual de la región ocular en la imagen SC1.

3.2. Mejora de contraste

Algunas imágenes pueden presentar condiciones de contraste pobres y en esta subsección analizamos dos técnicas utilizadas en AS08, expansión de contraste y corrección gamma, que mejoran el contraste visual.

3.2.1 Expansión (Stretching)

Si los valores mínimo y máximo de J , J_{MIN} y J_{MAX} , presentes en una imagen no corresponden a 0 y 255 respectivamente se desaprovecha el rango de niveles de gris por debajo de J_{MIN} y por encima de J_{MAX} . Por ejemplo, la imagen SC2 (panel izquierdo de la Figura 5) presenta bajo contraste y los niveles de gris presentes en ella corresponden a un rango dinámico reducido.



Figura 5. Imagen SC2: original (izquierda); contraste expandido (centro); corrección gamma con $\gamma=0.67$ (derecha)

Para mejorar la calidad de una imagen de rango dinámico reducido realizamos una expansión del mismo. Caracterizamos el nivel de intensidad en todos los puntos de la imagen al finalizar este proceso mediante la función de expansión de contraste¹³, $g(x,y)$, tal que

$$g(x,y) = \frac{255}{(J_{MAX} - J_{MIN})} \cdot (f(x,y) - J_{MIN}) \tag{2}$$

En la Figura 6, considerando a modo de ejemplo la imagen SC2, se muestra el histograma a la entrada (cantidad de píxeles para cada valor de $J_{ENTRADA}$) y el que resulta a la salida utilizando la función de expansión de contraste de ec.(2). Luego de aplicar la expansión, se utiliza al máximo el rango dinámico del dispositivo de presentación (0-255). La imagen resultante se muestra en el panel central de Figura 5, debido a que se ha aumentado la separación de los niveles de gris que la componen, hay una mejoría considerable de contraste.

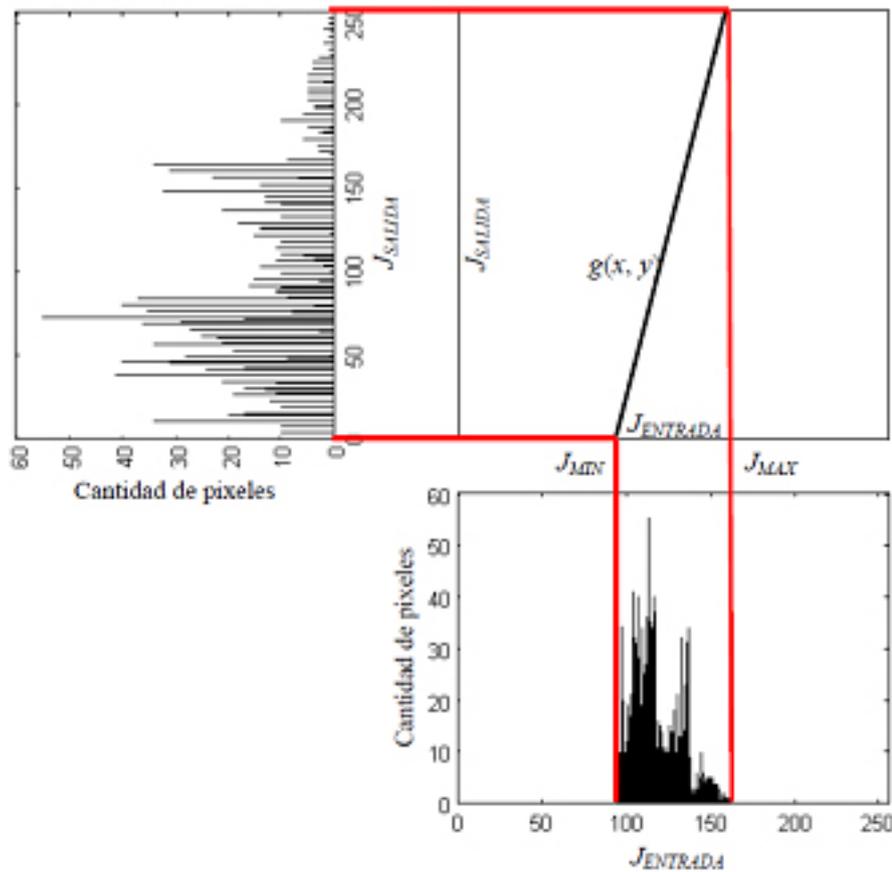


Figura 6. Expansión de contraste para la imagen registrada en el visible SC2, $J_{ENTRADA}$ se transforma en J_{SALIDA}

3.2.2 Corrección gamma

Aunque en una imagen, aprovechando al máximo el rango dinámico, J tome valores entre 0 y 255, en varios casos es necesario incrementar el contraste para niveles de gris oscuros (cerca de 0) o claros (cerca de 255). Para imágenes pupilares registradas en el espectro visible, tal como por ejemplo la del panel central de Figura 5 que presenta bajo contraste visual entre iris y pupila, en general los niveles de gris involucrados son bajos.

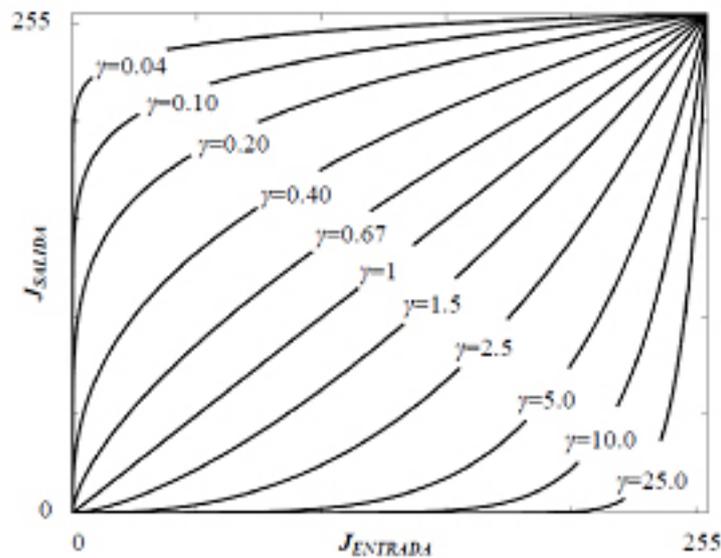


Figura 7. Curvas de corrección de contraste gamma para valores de gamma menores y mayores que 1

Para mejorar el contraste para niveles de gris tanto bajos como altos, suele utilizarse¹³ una función de corrección gamma, $G[f(x,y)]=g(x,y)$, tal que $g(x,y)$ es la distribución de niveles de gris en todos los puntos de la imagen obtenida al finalizar este proceso. Se tiene¹³

$$g(x, y) = \frac{255}{(255)^\gamma} \cdot (f(x, y))^\gamma \quad (3)$$

La corrección gamma se comporta de diferente manera según el valor de γ . Si $\gamma < 1$, se expande la región inferior del rango dinámico de entrada (tonos oscuros) y se comprime la región superior (tonos claros). Si $\gamma = 1$ no se modifican los niveles de gris de la imagen. Si $\gamma > 1$ se comprime la región inferior del rango dinámico y se expande la región superior. La elección más conveniente del valor de γ depende de la distribución de niveles de gris de la imagen de entrada y de las características que se desean resaltar. En la Figura 7 se muestran las curvas de corrección gamma para varios valores de γ .

A modo de ejemplo, en la Figura 8 se muestra el resultado de aplicar una corrección gamma con $\gamma = 0.67$ a la imagen del panel central de Figura 5, en la parte inferior está el histograma a la entrada (número de píxeles para cada valor de $J_{ENTRADA}$) y a la izquierda el histograma a la salida. Si se comparan ambos histogramas, se puede apreciar el efecto de la corrección de contraste para niveles de gris bajos y la compresión para niveles de gris altos. Obtenemos la imagen del panel derecho de Figura 5 y la mejora en el contraste visual es notable.

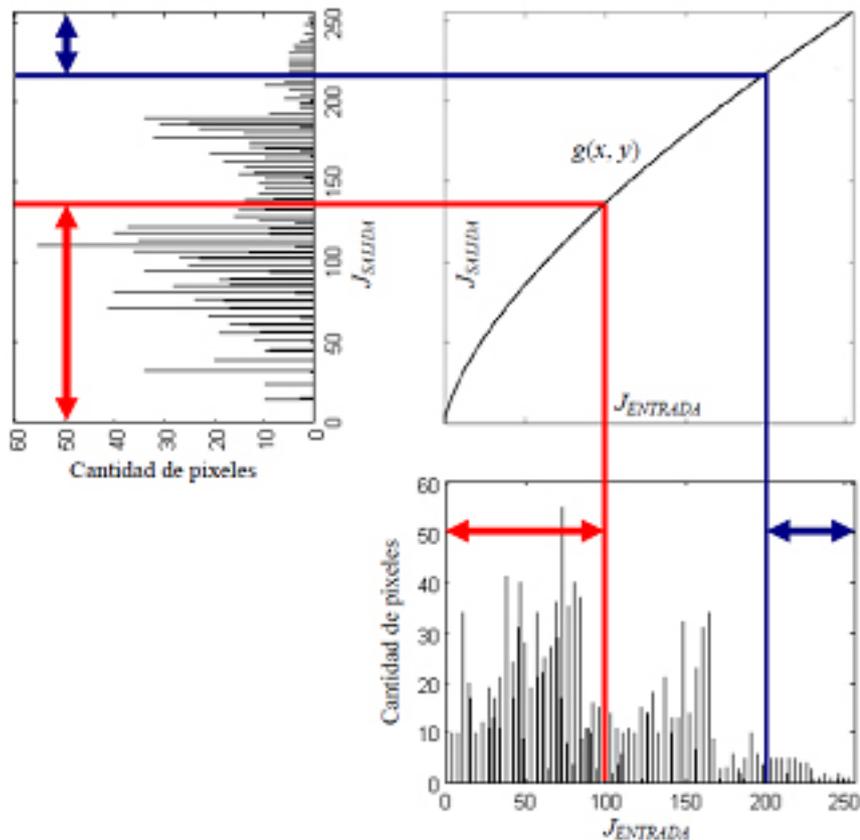


Figura 8. Corrección de contraste gamma con $\gamma=0.67$ para la imagen SC2 registrada en el visible

Por otra parte, en la Figura 9 mostramos el efecto de una corrección gamma adecuada para la imagen IR1 registrada en el infrarrojo cercano. A diferencia de la imagen SC2 registrada en el visible, IR1 contiene niveles de gris altos, en este caso se aplica una corrección de contraste gamma con $\gamma = 1,5$ y resulta en una mejora de contraste apreciable.

En el software AS08, en modo AU se aplica corrección $\gamma = 0.67$ para imágenes del espectro visible y $\gamma = 1.5$ para imágenes del infrarrojo cercano mientras que, en modo EX, el usuario puede modificar el valor de γ según crea conveniente.

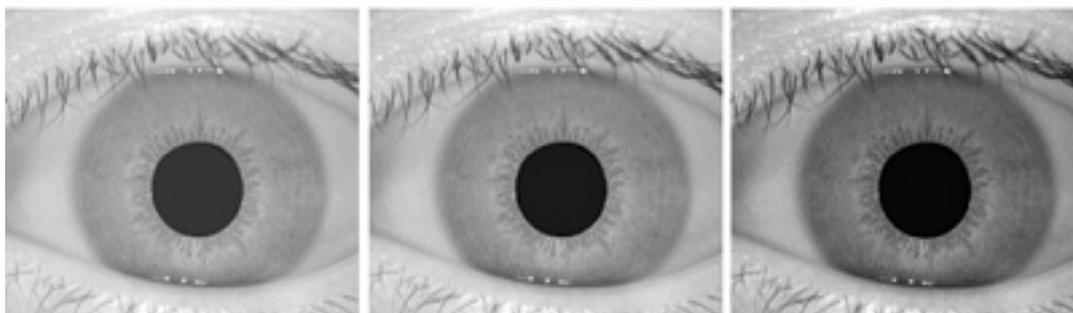


Figura 9. Imagen IR1: original (izquierda); con contraste expandido (centro); con corrección gamma (derecha)

3.3. Suavizado (Blur)

La imagen suele tener ruido que es necesario reducir y, para ello, en AS08 se emplea el filtrado espacial el cual se realiza considerando regiones de dimensiones $m \times n$ píxeles pertenecientes a la imagen original (que contiene $M \times N$ píxeles en total) y usando otra imagen de dimensión $m \times n$ conocida como máscara, filtro o ventana. El proceso de filtrado espacial (Figura 10) consiste en mover la máscara de un punto (x,y) a otro de la imagen de entrada y calcular el nivel de gris en cada punto de la imagen procesada. Para filtros lineales y parámetros discretos, el nivel de gris en un punto (x,y) de la imagen procesada es la suma del producto, punto a punto, entre los niveles de gris presentes en la región que está en la vecindad de (x,y)

y en la máscara (si los parámetros fuesen continuos se tendría la convolución de la función a filtrar con la máscara). En la Figura 11 se ilustra la operación de un filtro espacial, la máscara recorre cada uno de los píxeles de la imagen a filtrar y el nivel de gris en el punto (x,y) de la imagen procesada, $g(x,y)$, se calcula ponderando con los pesos de la máscara, $w(s, t)$, los niveles de gris en los píxeles vecinos al ubicado en (x,y) en la imagen de entrada, $f(x+s,y+t)$. Es decir, se tiene la expresión¹³:

$$g(x, y) = \sum_{s=-u}^u \sum_{t=-h}^h w(s, t) f(x + s, y + t) \tag{4}$$

donde $u=(m-1)/2$; $h=(n-1)/2$ y el rango de valores de s y de t depende de m y de n , por ejemplo, si $m=n=3$ entonces $s = -1, 0, 1$ y $t = -1, 0, 1$. En los bordes de la imagen de entrada se tiene $x=1, x=M, y=1$ e $y=N$ de manera que la región en la vecindad de (x,y) tiene elementos nulos y, para evitar esto, x debería evaluarse entre 2 y $M-1$ e y entre 2 y $N-1$ y la imagen de salida tendría dimensiones $(M-2) \times (N-2)$. Para tener una imagen de salida de $M \times N$ píxeles, en la imagen de entrada se agregan filas y columnas de relleno duplicadas de los bordes.

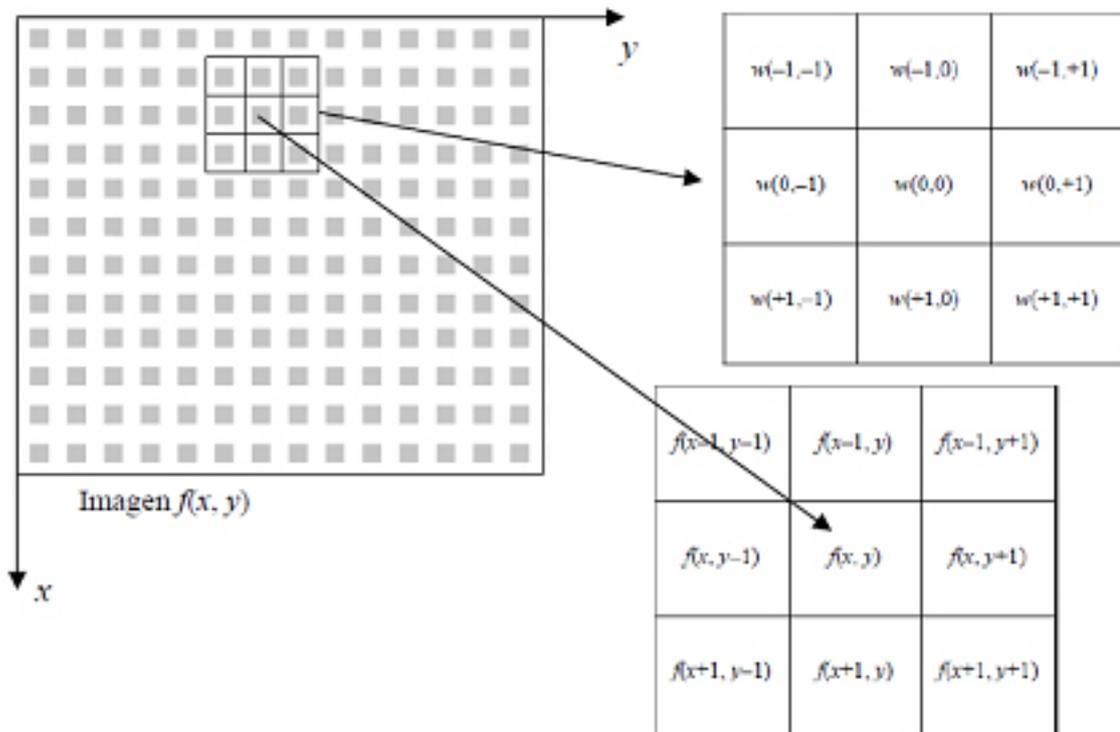


Figura 10. Filtrado espacial mediante el uso de una máscara.

$$\frac{1}{9} \times \begin{matrix} \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix} \end{matrix}$$

Figura 11. Máscara de promediado.

Un tipo de máscara que se utiliza comunmente para reducir ruido es la máscara de promediado, que se muestra en la Figura 11. El valor calculado para $g(x,y)$ equivale al promedio de todos los elementos de la región vecina a (x,y) en la imagen de entrada $f(x,y)$. A modo de ejemplo, en la Figura 12, en la cual cada cuadrado representa un píxel, mostramos el efecto de aplicar este filtro espacial de 3×3 a una imagen de 6×6 con cambios abruptos en los valores $J_{ENTRADA}$ y la imagen resultante no presenta cambios abruptos en los valores de J_{SALIDA} .

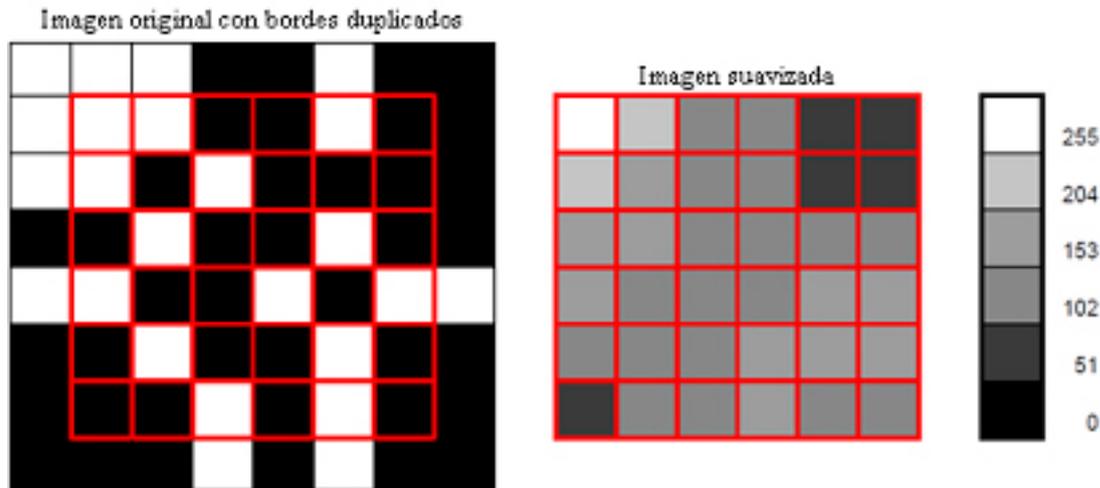


Figura 12. Filtro de promediado con duplicado de las filas y columnas de los bordes.

En la Figura 13 mostramos el efecto que causa el filtro de promediado en la imagen real IR1 con un agregado de ruido. Se puede apreciar que la reducción de ruido se hace a costa de una pérdida en el nivel de detalle pero esto no afecta al proceso de detección pupilar ocular.

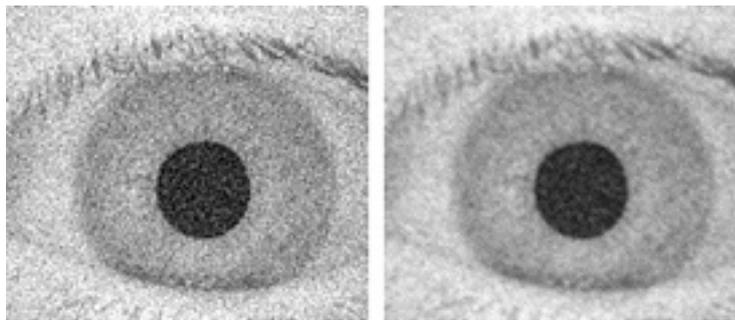


Figura 13. Aplicación de máscara de promediado a imagen IR1 con un agregado de ruido.

3.4. Umbralizado

El umbralizado se realiza para remover de la imagen que resulta del suavizado, información irrelevante para la detección pupilar. El umbralizado limita los niveles de gris posibles en cada píxel de manera que, mientras que en la imagen de entrada cada píxel puede tener 256 niveles de gris diferentes (8 bits), a la de salida solo puede tener dos (1 bit), es decir, la imagen a la salida es binaria. Todos los niveles de gris superiores a un nivel de gris umbral, que denotamos T , son transformados al valor 255 y los inferiores al valor 0. El valor de T se elige de manera tal que la imagen umbralizada contenga información suficiente para detectar la pupila pero excluya información irrelevante que podría interferir en la detección. Para esta elección es útil visualizar los niveles de gris presentes en la imagen de entrada, realizando representaciones tridimensionales coloreadas en las que se grafica J en función de (x,y) asignando diferente color a cada valor de J (el rojo representa los mayores niveles de gris y el azul los menores). A modo de ejemplo, en el panel izquierdo de la Figura 14 mostramos una representación tridimensional correspondiente a la imagen IR1 registrada en el infrarrojo cercano, la región pupilar, que es el área de color azul, presenta niveles de intensidad bajos.

En general para una imagen ocular registrada tanto dentro del espectro visible como en el infrarrojo cercano, el área de la pupila corresponde a una de las áreas de menor nivel de gris. Un nivel umbral adecuado debe ser mayor que el nivel de gris de la pupila y menor que el del iris. Mientras más oscuro sea el iris más parecido será su nivel de gris a la pupila y más difícil será escoger un valor de umbral adecuado. En base a pruebas realizadas con AS08, si J_{MAX} e J_{MIN} son los valores máximo y mínimo de J teniendo en cuenta toda la imagen (la cual ya ha sido suavizada de manera que se ha eliminado ruido que podría interferir en la determinación de J_{MAX} y J_{MIN}), definimos un coeficiente de umbralizado, que denotamos P y es tal que $0 \leq P \leq 1$, y evaluamos T mediante:

$$T = J_{MIN} + (J_{MAX} - J_{MIN}) \times P \tag{5}$$

En modo AU, AS08 considera $P=0.1$ mientras que en modo EX, el usuario puede escoger varios valores de P hasta encontrar un umbral adecuado. En la Figura 14 (panel central) mostramos una superficie plana azul que corresponde al valor de umbral escogido y el resultado del umbralizado (panel derecho) para la imagen promediada de la Figura 13.

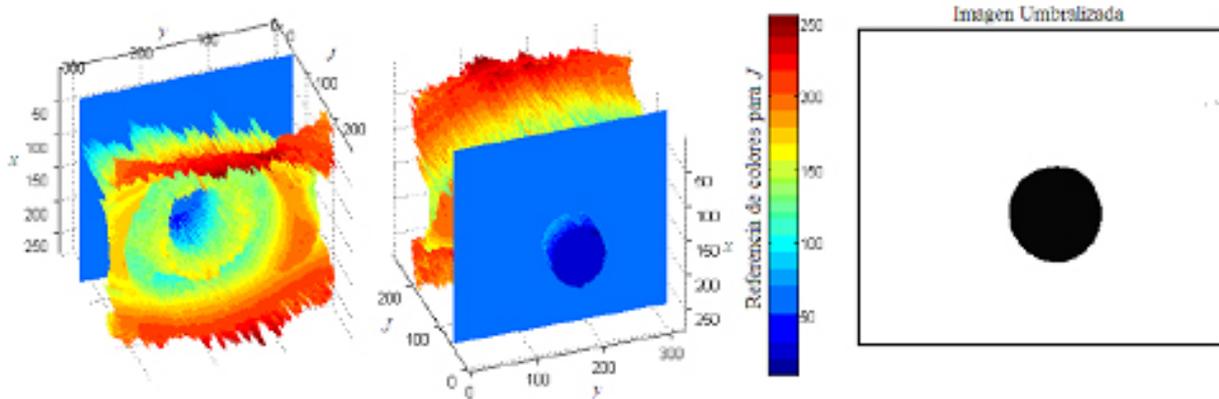


Figura 14. Proceso de umbralizado de la imagen IR1. Panel izquierdo: representación coloreada de J vs. (x,y) . Paneles centrales: umbral indicado mediante un plano azul y escala de colores. Panel derecho: imagen umbralizada.

Al definir T mediante la ec.(5) se asume que J_{MIN} es un nivel de gris presente en la pupila pero si se tiene una imagen en la que esto no se cumple, esta ecuación no es adecuada. Esto ocurre, por ejemplo, en el caso de la imagen de la Figura 15 (panel izquierdo), que es tal que la región más oscura es una sombra a la izquierda. Si se procesa la imagen en modo AU, el perfil de nivel de gris para $x=141$ es el del panel central y al considerar la ec.(5) con $P=0.1$, se excluye la pupila (panel derecho) y por lo tanto no se puede medir su diámetro. Si, en cambio, se utiliza el modo EX, puede recortarse la imagen evitando esta sombra y se puede medir la pupila.

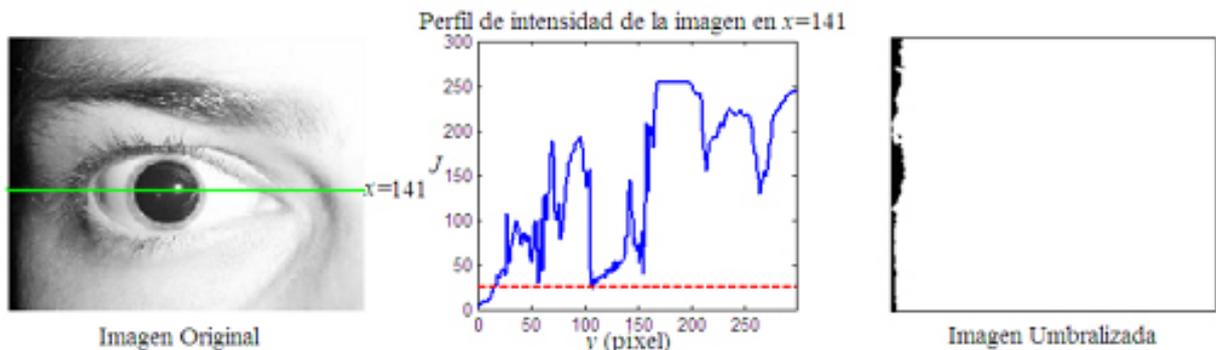


Figura 15. Nivel de umbral erróneo tal que se pierde la información de posición y diámetro pupilar. Imagen original (izquierda); perfil de niveles de gris para un dado valor de x (centro) e imagen umbralizada (derecha)

3.5. Detección de borde (Máscara de Laplace)

Para simplificar más la imagen adecuándola al modulo de detección de círculos, utilizamos¹³ la máscara de Laplace que tiene la propiedad de resaltar transiciones o bordes eliminando las zonas de nivel de gris constante. El procedimiento es similar al de la máscara de promediado y es válida la ec.(4), pero los pesos de la máscara, $w(s,t)$, son diferentes (Figura 16).

$$\frac{1}{9} \times \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Figura 16. Máscara de Laplace para detección de bordes.

En AS08, la imagen a la salida del umbralizado es tal que J puede ser o bien 0 o bien 255 aunque la máscara de Laplace puede aplicarse a casos en los que se tienen todos los niveles de gris posibles. A modo de ejemplo, en la Figura 17 se muestra una imagen ficticia sencilla con varios valores de J , en la que cada píxel está representado por un cuadrado de cierto nivel de gris (los correspondientes valores de J se muestran en la escala de la derecha). Si la máscara se ubica en una zona donde los 9 píxeles presentan el mismo valor entonces $g(x,y)$ tiende a 0 mientras que si se ubica en una transición de niveles de gris entonces $g(x,y)$ tiende a 255. En el caso de las imágenes pupilares procesadas por AS08, si a la salida del umbralizado se tiene un círculo negro entonces a la salida de la aplicación de la máscara de Laplace se tiene una circunferencia de niveles de gris altos correspondiente a su contorno. Por ejemplo, para la imagen IR1 (Figura 18), la imagen umbralizada presenta una transición de J más abrupta (por lo tanto más simple) que la imagen del ejemplo de Figura 16 y la imagen a la salida solo contiene un número reducido de píxeles con niveles de gris o muy altos o muy bajos

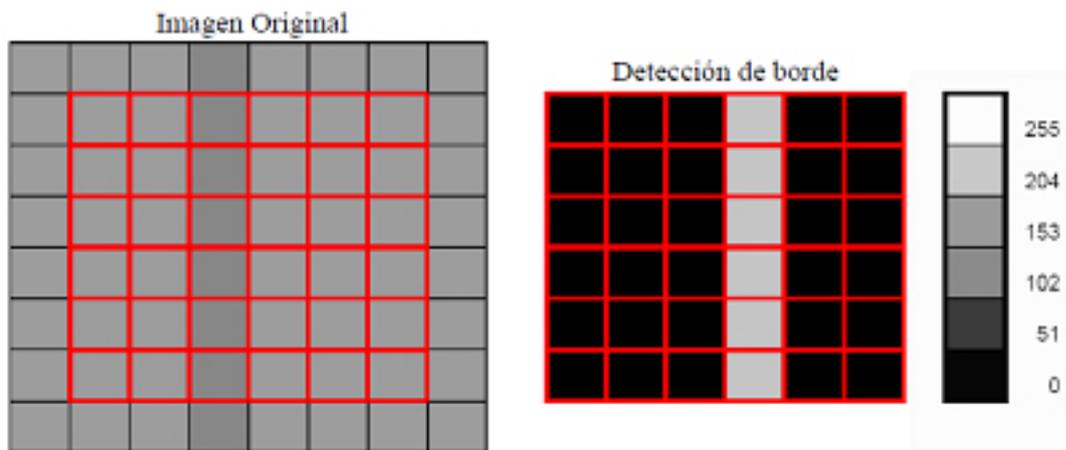


Figura 17. Aplicación de máscara de Laplace a una imagen ficticia con varios niveles de gris.

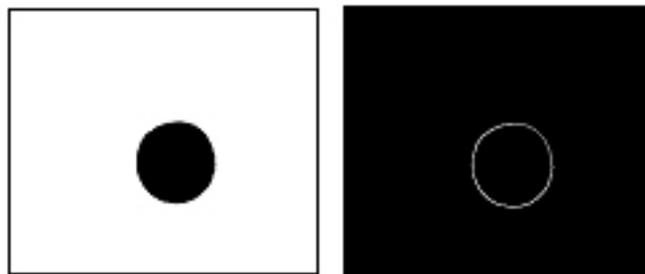


Figura 18. Aplicación de la máscara de Laplace a la imagen IR1 umbralizada. Panel izquierdo: imagen a la salida del umbralizado. Panel derecho: imagen a la salida de la aplicación de la máscara de Laplace

3.6. Binarizado

La imagen a la salida del filtrado de Laplace (por ejemplo la de Figura 18) presenta un número reducido de píxeles de nivel de gris alto y puede suceder que algunos niveles de gris sean inferiores a 0 o mayores que 255. Para adaptar la imagen al módulo de detección de círculos, se la convierte a código binario de manera tal que todos los píxeles de la imagen para los cuales $J \leq 0$ son interpretados como 0 y los píxeles para los que $J > 0$ son interpretados como 1. La imagen resultante no difiere visualmente respecto de la presentada en la Figura 18.

4. Detección de la pupila ocular (Transformada de Hough)

La detección de la pupila se realiza utilizando la transformada de Hough. Todo el pre-procesamiento explicado en la Sección 3 tiene por objeto aproximar tanto como se pueda la imagen real al caso ideal en el cual la imagen binaria contiene un círculo que corresponde al borde de la pupila. Por ejemplo en el caso de la imagen IR1 (Figura 18), la imagen a la salida del filtrado de Laplace es satisfactoria pues el contorno pupilar aparece como un círculo de niveles de gris claros. Sin embargo en otros casos, tales como algunos presentados en la sección 5, la imagen puede contener figuras adicionales que

entorpecen el proceso de detección. A continuación explicamos la teoría concerniente a la transformada de Hough para detección de círculos, que hemos desarrollado adaptando la metodología presentada en [Ref.13](#) para detección de líneas rectas. En este trabajo se hace uso de la conocida ecuación paramétrica de un círculo de centro en $(x,y)=(a,b)$ y radio R :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2 \tag{6}$$

Dada una imagen binaria que puede contener un círculo o/y figuras espurias adicionales, se desea saber cuales de sus píxeles pertenecen a un círculo de un determinado radio R . Se tiene en cuenta¹³ un espacio imagen, que contiene el valor del nivel de gris, J_{IMAGEN} , de la imagen de entrada (con $J_{IMAGEN}=1$ o $J_{IMAGEN}=0$) para cada píxel de un plano caracterizado por las coordenadas (x,y) y un espacio de parámetros que contiene el valor del nivel de gris, J_{HOUGH} , para cada píxel de un plano caracterizado por las coordenadas (a,b) . Si para un determinado valor de R , se grafican en el plano (x,y) los valores de x e y que satisfacen la ec.(6), se obtiene un círculo con centro en $(x,y)=(a,b)$ y radio R mientras que en el plano (a,b) , se obtiene un círculo con centro en $(a,b)=(x,y)$ y radio R . La transformada de Hough transforma el espacio imagen en el espacio de parámetros. Para explicar como se realiza esta transformación, consideramos primero el caso de una imagen ideal y luego el de una imagen real.

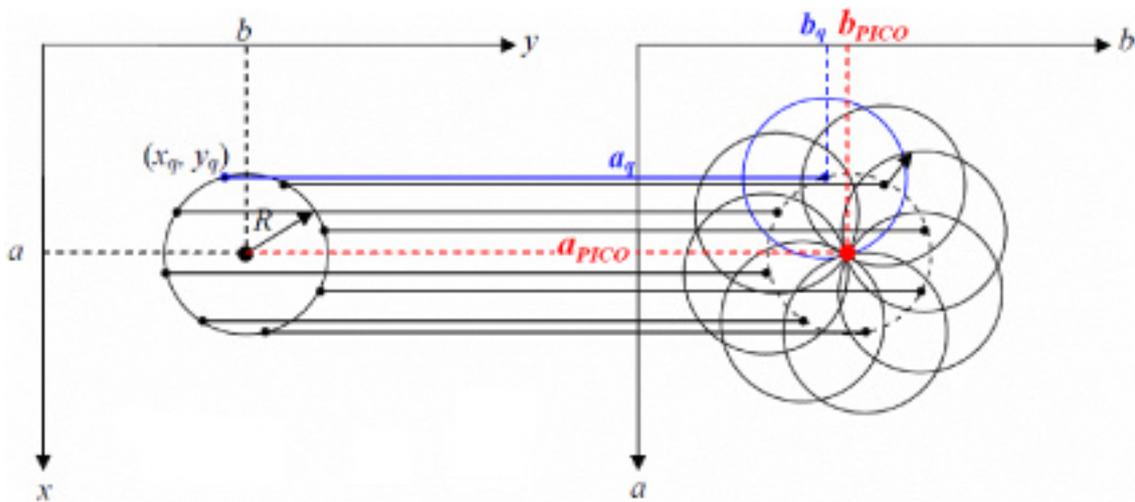


Figura 19. Transformada de Hough para un radio estimado $r=R$ si en el espacio imagen se tiene $J_{IMAGEN}=1$ solo en puntos pertenecientes a una circunferencia de radio R

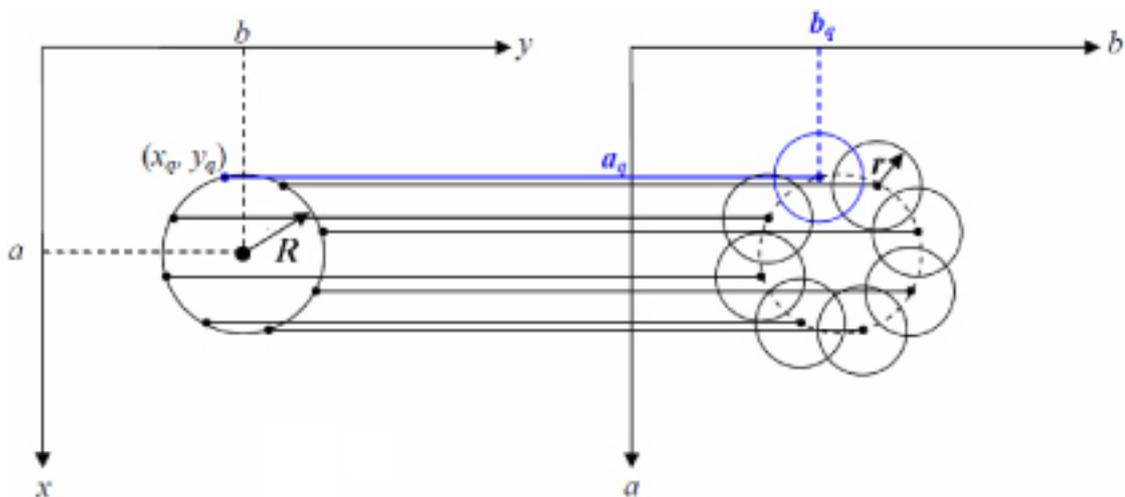


Figura 20. Transformada de Hough para un radio estimado $r < R$ si en el espacio imagen se tiene $J_{IMAGEN}=1$ solo en puntos pertenecientes a una circunferencia de radio R

En el caso de una imagen ideal (o sea tal que solamente contiene un círculo) y, además, suponiendo conocidos los valores de R y de (a,b) , en el espacio imagen tenemos en cuenta los valores de (x,y) que corresponden a este círculo, es decir Q píxeles, cuya posición denotamos $(x_1,y_1), (x_2,y_2), \dots, (x_Q,y_Q)$ en los cuales $J_{IMAGEN}=1$. Para cada valor (x_q,y_q) (con $q=1, 2, \dots, Q$) del espacio imagen, en el espacio de parámetros hay un círculo de radio R con centro en $(a_q,b_q)=(x_q,y_q)$ que satisface la ec.(6). Teniendo en cuenta los Q píxeles pertenecientes al círculo del espacio imagen, la transformada de Hough genera Q círculos con centros en $(a_q,b_q)=(x_q,y_q)$ y radio R en el espacio de parámetros (Figura 19). El nivel de gris, J_{HOUGH} , en un punto del espacio de parámetros es igual a la cantidad de círculos que se intersectan en dicho punto (por ejemplo si por un punto pasan 2 círculos se tiene $J_{HOUGH}=2$) y hay un punto, cuya posición denotamos (a_{PICO}, b_{PICO}) y que corresponde al centro de un círculo de radio R , en el cual el nivel de gris es máximo, o sea hay un pico de J_{HOUGH} siendo $J_{HOUGH}=Q$.

En el caso de una imagen real, los píxeles del espacio imagen ubicados en $(x_1,y_1), (x_2,y_2), \dots, (x_Q,y_Q)$, y en los cuales $J_{IMAGEN}=1$, pueden o no pertenecer a un círculo y, si pertenecen, su radio es desconocido. En este caso se efectúa la transformada de Hough para cada uno de estos puntos considerando un radio estimado r de manera que, para cada punto (x_q,y_q) del espacio imagen, en el espacio de parámetros se tiene un círculo de radio r . En el caso particular en que todos los puntos (x_q,y_q) del espacio imagen pertenezcan a un círculo de radio R , en el espacio de parámetros hay círculos de radio r que tienen centros distribuidos en un círculo de radio R y que se intersectan en algunos puntos (Figura 20). Si $r \neq R$ entonces no hay ningún punto donde se intersecten todos los círculos y J_{HOUGH} es una distribución que no tiene un máximo absoluto sino que presenta dos anillos de nivel de gris máximo. Por el contrario, si $r=R$ (Figura 19), todos los círculos se intersectan en un punto de coordenadas (a_{PICO}, b_{PICO}) tal que para todos ellos se satisface la ec.(6) y, en este punto, J_{HOUGH} presenta el valor máximo, o sea un pico. A diferencia del caso ideal, generalmente se tiene $J_{HOUGH} < Q$ pues puede suceder que la ubicación de puntos en el espacio imagen haga que no todos los círculos se intersecten.

Definimos el array acumulador de Hough¹³ como un array de dimensiones $a_{max} \times b_{max} \times r_{max}$, siendo a_{max} , b_{max} y r_{max} valores enteros (Figura 21 (panel izquierdo)). En AS08 se tiene $a_{max}=M$ y $b_{max}=N$ (siendo $M \times N$ las dimensiones de la imagen) y se considera que el radio máximo que puede tener el círculo a detectar es $r_{max}=60$ siendo este valor tal que para una pupila ocular típica de 5mm de diámetro, la resolución máxima es $(60\text{píxeles} \times 2)/5\text{mm}=24$ píxeles por milímetro que puede considerarse adecuada. Tenemos en cuenta radios r_k con $k=1, 2, \dots, 60$ y hay una capa para cada valor r_k de manera que el array consta de r_{max} capas y, a cada capa, corresponde una matriz de dimensiones $a_{max} \times b_{max}$ asociada al espacio de parámetros discretos para el radio r_k . En la capa correspondiente al radio r_k , se acumulan todos los círculos que resultan de la transformación de cada píxel de interés del espacio imagen (o sea tal que $J_{IMAGEN}=1$ y ubicado en (x_q,y_q)) en un círculo de radio r_k en el espacio de parámetros. El o los puntos del plano (a,b) en que se intersectan la mayor cantidad de círculos de radio r_k tienen un valor máximo (absoluto o no), denotado $J_{MAX,k}$, de J_{HOUGH} y corresponden a la ubicación más probable del centro de un círculo de radio r_k en el plano (x,y) . Este procedimiento se repite para cada radio r_k (siendo $1 \leq r_k \leq 60$) y al finalizar con todos, se tiene el array acumulador completo. Considerando todas las capas, se halla el máximo valor de $J_{MAX,k}$ y este valor corresponde al elemento $(a_{PICO}, b_{PICO}, r_{PICO})$ del array siendo (a_{PICO}, b_{PICO}) la ubicación en el plano (x,y) del centro del círculo detectado y r_{PICO} (que es el valor de r_k en esta capa), su radio. En la Figura 21 (panel derecho) se muestran los valores de J_{HOUGH} en el plano (a,b) obtenidos para la capa correspondiente al máximo valor de $J_{MAX,k}$ al aplicar la transformada de Hough a la circunferencia de la Figura 18. Para visualizar mejor los valores de J_{HOUGH} , se utiliza una escala de colores entre rojo y amarillo sobre fondo negro correspondiendo el amarillo al máximo valor.

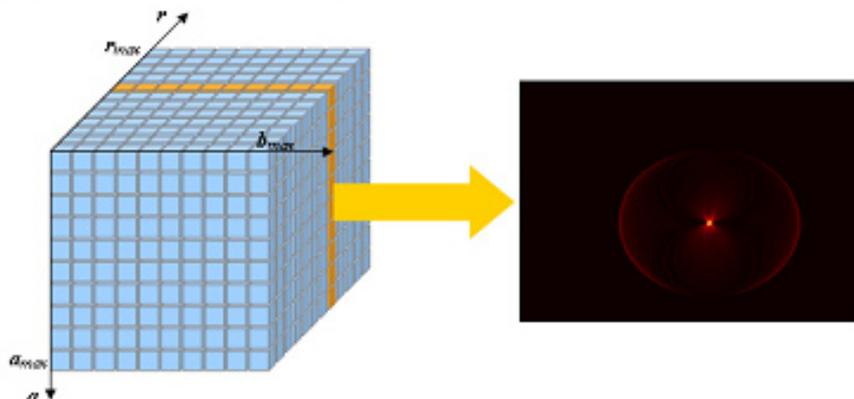


Figura 21. Panel izquierdo: array acumulador. Panel derecho: transformada de Hough de la imagen IR1 de la Figura 18.

En la Figura 22 se muestra el resultado de la detección pupilar para la imagen IR2 (las medidas presentadas corresponden al diámetro pupilar en píxeles), la detección es satisfactoria pero no perfecta debido a que la pupila no es estrictamente circular.

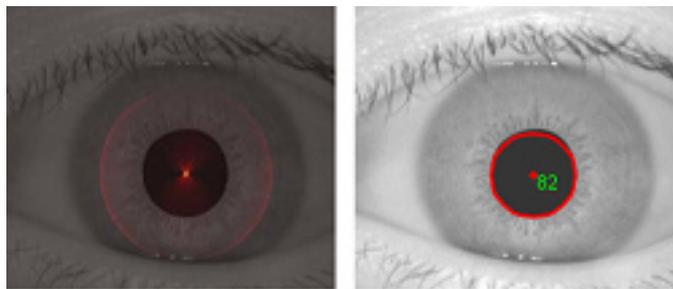


Figura 22. Detección pupilar exitosa para la imagen IR2. Panel derecho: superposición de imagen original y transformada de Hough. Panel izquierdo: salida de AS08 mostrando el valor del diámetro pupilar en píxeles

5. Utilización de AS08 para determinar diámetros pupilares en píxeles

En lo que sigue analizamos algunos casos de estudio con los que verificamos el funcionamiento de AS08 tanto para imágenes registradas en el espectro visible como en el infrarrojo cercano. Se analizan los casos de las imágenes AB1 (iris muy oscuro) capturada con una cámara Kodak CX7330; CL1 (coloboma) obtenida de St. Erik's Eye Hospital de Estocolmo (Suecia)¹⁶ y IR3 (reflejos indeseables en pupila) extraída de la base de datos CASIA¹⁵.

5.1 Caso 1: imagen registrada en espectro visible con iris muy oscuro

La imagen AB1 (Figura 23) contiene el ojo del sujeto AB que tiene iris muy oscuro (de manera que C_V es bajo) por lo que se aumenta el contraste iris-pupila capturando la foto en condiciones de alta iluminación y la detección es satisfactoria.

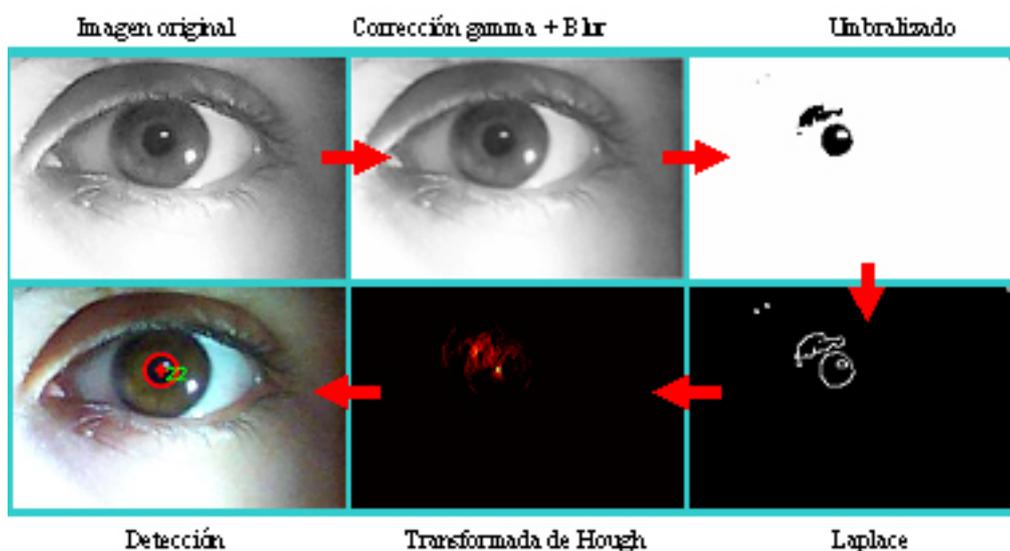


Figura 23. Caso 1: imagen del visible AB1, con iris oscuro.

5.2 Caso 2: imagen registrada en espectro visible con coloboma de iris

La imagen CL1 (Figura 24) contiene una pupila no circular correspondiente a coloboma de iris, la transformada de Hough no es una buena opción para efectuar la detección.

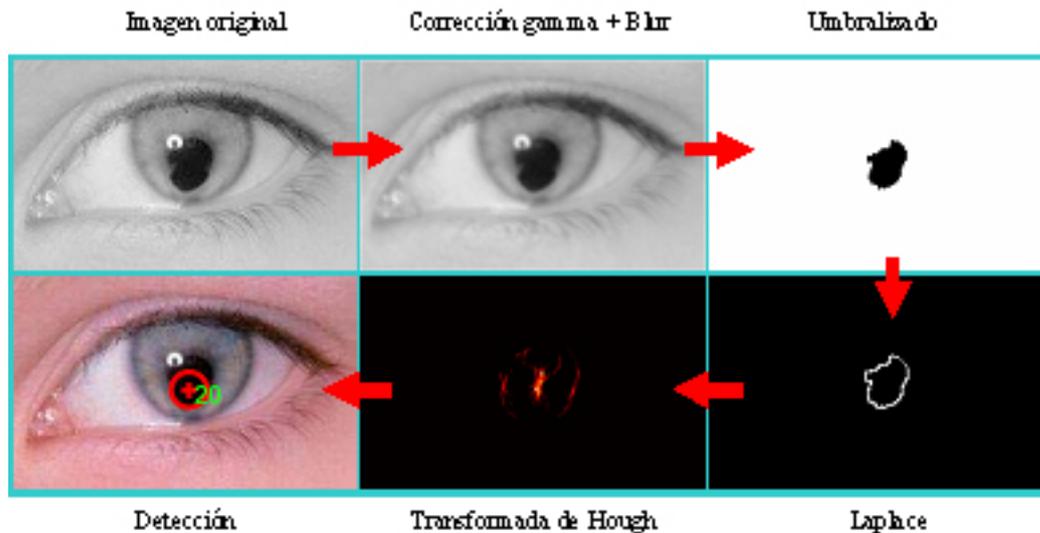


Figura 24. Caso 2: imagen del visible CL1, con coloboma

5.3 Caso 3: imagen registrada en infrarrojo con reflejos indeseables en pupila

La imagen IR3 (Figura 25) registrada en el infrarrojo presenta un contraste iris-pupila adecuado con reflejos indeseables (imágenes de Purkinje) y la detección es satisfactoria.

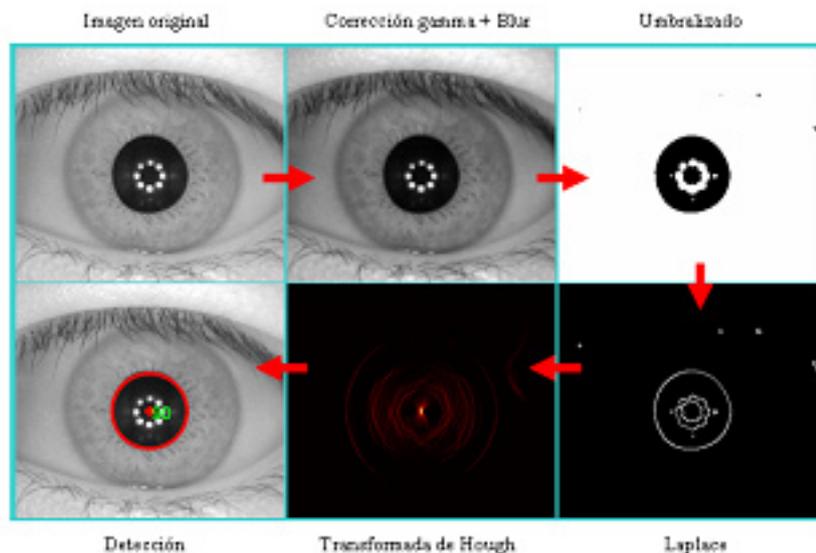


Figura 25. Caso 3: imagen del infrarrojo cercano IR3, con reflejos

6. Auto-calibración y aplicaciones

A continuación explicamos la metodología empleada por AS08 para medir el diámetro pupilar en milímetros y mostramos una aplicación de interés en evaluaciones de la calidad visual.

6.1 Auto-calibración

Para convertir el diámetro pupilar medido en píxeles, d_{pupila} , a milímetros, D_{pupila} , es necesario tener una referencia en la imagen analizada. Para ello, adherimos debajo del ojo del sujeto un sticker (Figura 26) que contiene un círculo de calibración blanco y diámetro en milímetros conocido, $D_{calibración}$, sobre un fondo circular gris tales que sus niveles de gris no interfieren con el proceso de detección pupilar. El círculo de calibración se detecta mediante un procedimiento análogo al descrito en las secciones 3 y 4 pero, como en este caso la región circular que se desea detectar es blanca, la corrección gamma es tal que $\gamma > 1$ y el umbral, T , es mayor que el nivel de gris del círculo gris exterior y menor que el nivel de gris del círculo de calibración. En modo AU, fijamos $\gamma = 1,5$ y T tal que $P = 0,8$ en ec.(5) mientras que en modo EX estos valores pueden ser establecidos por el usuario. Una vez que AS08 determina el diámetro en

pixeles, $d_{\text{calibración}}$, y como $D_{\text{calibración}}$ se conoce, se tiene una referencia en milímetros dentro de la imagen y AS08 evalúa el diámetro pupilar mediante $D_{\text{pupila}} = d_{\text{pupila}} (D_{\text{calibración}} / d_{\text{calibración}})$. La incertidumbre con que se evalúa este diámetro, ΔD_{pupila} , se halla propagando errores y el correspondiente error relativo puede calcularse¹⁸ con un grado de precisión razonable mediante $\Delta D_{\text{pupila}} / D_{\text{pupila}} = (\Delta d_{\text{pupila}} / d_{\text{pupila}}) + (\Delta D_{\text{calibración}} / D_{\text{calibración}}) + (\Delta d_{\text{calibración}} / d_{\text{calibración}})$. El cálculo preciso de $\Delta D_{\text{pupila}} / D_{\text{pupila}}$ excede los alcances de este artículo y si, por ejemplo, $d_{\text{calibración}} = 120$; $d_{\text{pupila}} = 60$; $\Delta d_{\text{pupila}} = \Delta d_{\text{calibración}} = 1$ y $\Delta D_{\text{calibración}} / D_{\text{calibración}} = 0,05$, resulta $\Delta D_{\text{pupila}} / D_{\text{pupila}} = 0,075$ y $D_{\text{pupila}} = D_{\text{calibración}} / 2$.

A modo de ejemplo, consideramos la imagen SC4 de la Figura 26 en la cual se utiliza $D_{\text{calibración}} = 9\text{mm}$. Al aplicar a esta imagen una corrección gamma con $\gamma = 1.5$ y un suavizado, se pierde la información referente a la pupila mientras que la referente al círculo de calibración, necesaria para determinar su diámetro en píxeles, permanece (panel superior izquierdo). Luego se procede a aplicar el umbral T con $P = 0,8$ (paneles superiores central y derecho). Posteriormente se detecta el borde utilizando la transformada de Laplace y, finalmente, se aplica la Transformada de Hough (paneles inferiores). La detección es satisfactoria, aunque es posible lograr mayor precisión si se tiene más cuidado al momento de pegar el sticker pues si este se dobla o arruga, el círculo de calibración deja de ser estrictamente circular. Por último, en la Figura 27 (panel derecho) se muestran las detecciones realizadas por AS08 de pupila y círculo de calibración combinadas, el diámetro pupilar está expresado en milímetros en lugar de en píxeles y a lo sumo 1 de los 4 decimales que aparecen tiene sentido físico.

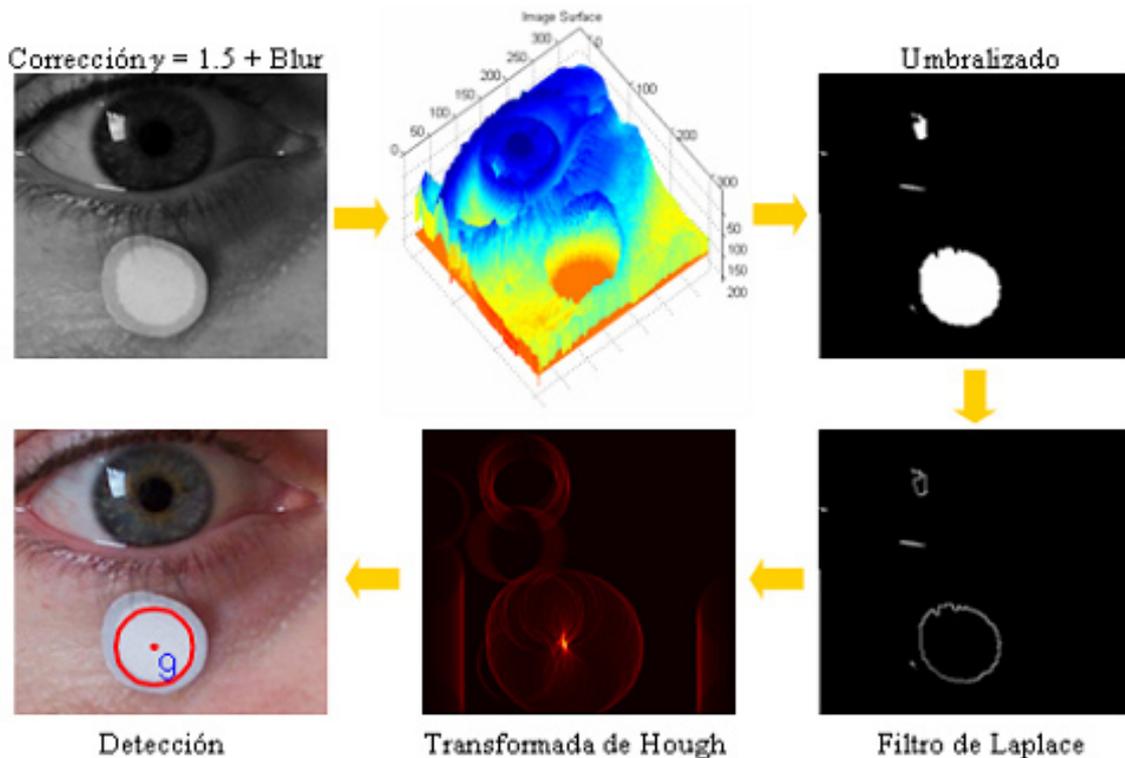


Figura 26. Proceso de detección del círculo de calibración para la imagen SC4.

6.2 Aplicaciones

El diámetro pupilar ocular en condiciones naturales está afectado por la iluminancia en el ojo, E_{ojo} . Es bien sabido¹⁻⁹ que, para un ojo normal, D_{pupila} aumenta al disminuir E_{ojo} y, en diversas pruebas de la calidad visual^{2,6}, interesa conocer este aumento. Como ejemplo de aplicación, con AS08 medimos en milímetros el diámetro pupilar ocular del joven normal SC de 28 años para dos condiciones fotópicas de iluminancia medidas con un luxómetro TES-1330A, $E_{\text{ojo}} = 88$ lux y $E_{\text{ojo}} = 316$ lux. Las imágenes correspondientes son SC3 y SC4, AS08 brinda las salidas de la Figura 27 y resulta que D_{pupila} aumenta de 3.9mm para 316 lux a 4.9mm para 88 lux de manera que la diferencia entre ambos diámetros es apreciable.

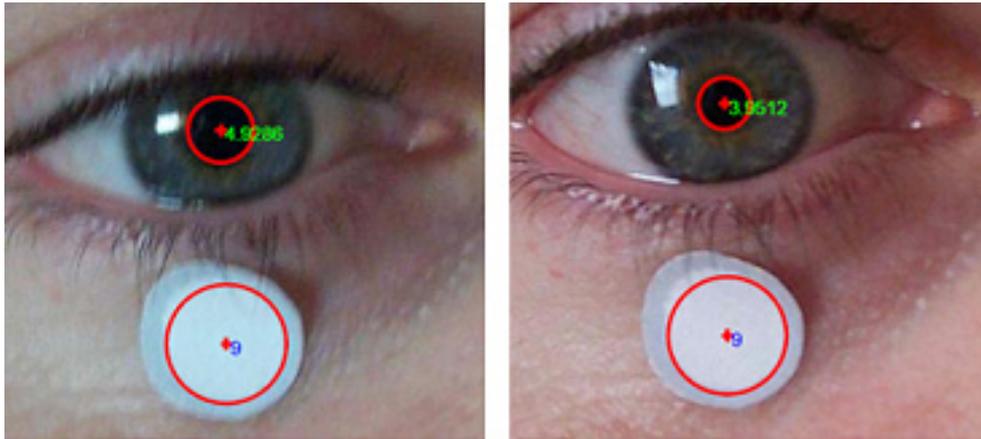


Figura 27. Variación del diámetro pupilar del sujeto SC para diferentes condiciones de iluminancia. La imagen de la izquierda (SC3) se registra con E_{op} igual a 88 lux y la de la derecha (SC4) con 316 lux.

Conclusiones

En el presente trabajo implementamos el software AS08 desarrollado en Matlab y tal que, a partir de una imagen conteniendo una pupila ocular circular, detecta la posición de la pupila y mide su diámetro tanto en píxeles como en milímetros. El software puede operar en modo autónomo (AU) o en modo de comandos extendidos (EX) según lo desee el usuario. La ventaja del modo AU es que no requiere esfuerzo del usuario y su desventaja es que la detección puede fallar para imágenes con contraste pobre o con regiones oscuras no correspondientes a la pupila (tales como sombras ocasionadas por la ubicación de la fuente de iluminación). El modo EX requiere que el usuario esté dispuesto a ingresar una serie de parámetros pero tiene la ventaja de posibilitar la medición del diámetro pupilar en imágenes con condiciones de contraste pobres o con sombras. La probabilidad de detectar con éxito la región pupilar es mayor cuanto mayor es el contraste visual iris-pupila y se pueden procesar imágenes registradas dentro del espectro visible (con una cámara de fotos digital estándar, CCD, etc.) y también en el infrarrojo cercano. Para imágenes en el visible, la condición de iluminación del ambiente en el que se las registra, puede afectar la detección pupilar pues la iluminancia en el ojo influye en el contraste de la imagen capturada; la ubicación de la fuente puede ocasionar sombras y las fuentes de iluminación pueden generar reflejos en la pupila (imágenes de Purkinje) aunque, a pesar de esto y en algunos casos, AS08 puede realizar una detección satisfactoria. Para imágenes registradas en el infrarrojo, las condiciones de contraste visual iris-pupila son óptimas en los casos analizados y la probabilidad de error en la detección es baja.

Para medir en píxeles el diámetro de la pupila y del círculo de calibración (empleado al determinar el diámetro pupilar en milímetros) se utiliza la transformada de Hough para patrones circulares por lo cual no es posible detectar satisfactoriamente pupilas elípticas, con coloboma o con deformaciones causadas por cirugías siendo esta la principal limitación de AS08 aunque, en condiciones cotidianas, la mayoría de las pupilas humanas son casi circulares. Para adecuar la imagen registrada al módulo de la transformada de Hough, se realiza un pre-procesamiento consistente en selección de la región pupilar (que se realiza solo si se emplea el modo EX); mejora del contraste (expansión de contraste y corrección gamma); suavizado; umbralizado; detección de borde y binarizado. Como ejemplo de aplicación de la metodología desarrollada consideramos el ojo de un joven normal en condiciones naturales fotópicas, registrado con una cámara de fotos Kodak CX7330, y obtenemos que el diámetro pupilar aumenta de 3.9mm a 4.9mm cuando la iluminancia en la córnea disminuye de 316 lux a 88 lux pudiendo ser este tipo de resultado de suma utilidad en diversas pruebas de la calidad visual.

Agradecimientos

Este trabajo fue financiado con subsidio PICT 2006 N° 1902 de ANPCyT. Se agradece a Sebastián Cañete por su colaboración con las imágenes.

Bibliografía

1. S.A.Comastri, G.Martin and T.Pfortner, "Analysis of pupil and corneal wave aberration data supplied by the SN CT 1000 topography system", *Optik (International Journal for Light and Electron Optics, Elsevier, Amsterdam)* **117** (11), 537–545 (2006)
2. S.A.Comastri, R.Echarri and T.Pfortner, "Correlation between visual acuity and pupil size", 5th Iberoamerican Meeting on Optics and the 8th Latin American Meeting of Optics, Lasers and their Applications, Isla Margarita-Venezuela 3-8 October 2004, Proceedings of SPIE (International Society for Optical Engineering, Washington) **5622**, 1341-1346, (2004)
3. P.L.Kaufman y A.Alm, *Adler fisiología del ojo (Elsevier, Madrid, 2004)*
4. L.N.Thibos, R.A.Applegate, H.C.Howland, D.R.Williams, P.Artal, R.Navarro, M.C.Campbell, J.E.Greivenkamp, J.T.Schwiegerling, S.A.Burns, D.A.Atchinson, G.Smith and E.J.Sarver, "A VSIA-sponsored effort to develop methods and standards for the comparison of the wave-front aberration structure of the eye between devices and laboratories", *Vision Sciences and Its Applications* **1**, OSA Tech. Digest Series 236-239 (1999)
5. S.A.Comastri, L.I.Perez, G.D.Pérez, G.Martin and K.Bastida, "Zernike expansion coefficients: rescaling and decentering for different pupils and evaluation of corneal aberrations", *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics (Institute of Physics Publishing, London)* **9**, 209-221 (2007)
6. E.Colombo, S.A.Comastri, L.Issolio and R.Echarri, "Pupil light reflex produced by glare under mesopic adaptation", *Journal of Light & Visual Environment (the Illuminating Engineering Institute of Japan, Tokyo)* **31** (2), 70-79 (2007).
7. S.A.Comastri, L.I.Perez, G.D.Pérez, K.Bastida, and G.Martin, "Wavefront aberrations: analytical method to convert Zernike coefficients from a pupil to a scaled arbitrarily decentered one", 6th Iberoamerican Meeting on Optics and 9th Latin American Meeting of Optics, Lasers and their Applications, Campinas-Brasil 21-26 October 2007, Proceedings American Institute of Physics **978**, 69-74 (2008)
8. S.A.Comastri, K.Bastida, G.Martin y A.Bianchetti, "Aberrometrías oculares y de otros sistemas ópticos: transformación de coeficientes Zernike al contraer y desplazar transversalmente la pupila", Edición Universidad de Belgrano (Buenos Aires) Documento de Trabajo No **208**, 1-17 (2008) http://www.ub.edu.ar/investigaciones/dt_nuevos/208_comastri.pdf
9. S.A.Comastri, G.D.Pérez, G.Martin y A.Bianchetti, "Corneal Zernike aberrations for different pupils: precision in the parameters and applications", *Optica Pura y Aplicada (Journal Sociedad Española de Óptica, Madrid, www.sedoptica.es)* **41** (4), 367-380 (2008).
10. L.J.Maguire, "Keratorefractive surgery, success, and the public health", *A.M. J. Ophthalmol.* **3**, 377-394 (1994)
11. J.J.Salz and W.Trattler, "Pupil size and corneal laser surgery", *A.M. J. Ophthalmol.* **4**, 373-379 (2006)
12. M.J.Mannis, W.A.Segal and J.K.Darlington, "Making sense of refractive surgery in 2001: why, when, for whom, and by whom?", *Mayo Clinic Proc.* **76** (8), 823-829 (2001)
13. R.C.Gonzalez, R.E.Woods, *Digital Image Processing (Second Edition, Prentice Hall, 2001)*
14. R.O. Duda, P.E. Hart and D.G. Stork, *Pattern Classification (Second Edition, Wiley, 2000)*
15. Chinese Academy of Sciences (CASIA) <http://www.cbsr.ia.ac.cn/english/Databases.asp>
16. St. Erik's Eye Hospital, <http://www.sankterik.se/>
17. E.Colombo y B.O'Donell, *Iluminación Eficiente, Capítulo Luz, Color y Visión (Proyecto Efficient Lighting Innovative, 2001)*
18. International Organization for Standardization, "Guide to the expression of uncertainty in measurement", International Organization for Standardization, Geneva (1995)